

# ものとかたち 体験学習 模擬講義

2018年8月10日（金）  
自然科学系棟1D棟201室

筑波大学 数理物質科学研究所  
理工学群物理学類

都倉 康弘

# 物性物理という学問

私の専門は「物性物理学」です。

この模擬授業では、この物性物理学の特徴について簡単に紹介したいと思います。

# 驚くべき「もの」の多様性



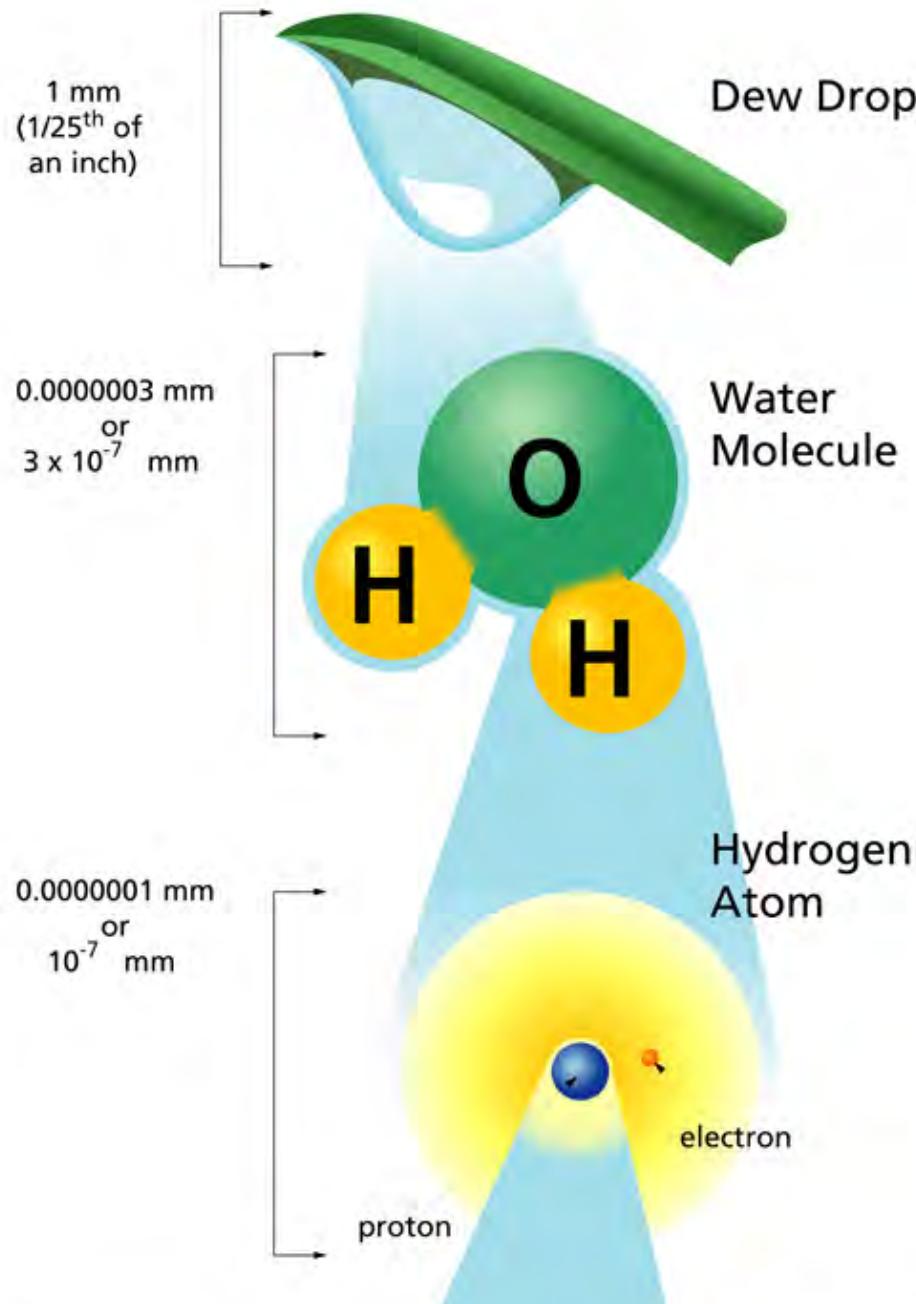
<http://ja.wikipedia.org/wiki/虹>



<http://ja.wikipedia.org/wiki/石英>



# 我々が知っている物質の階層構造



水滴

水分子



水素原子  
=原子核（陽子）+電子

# ものを分解してみると....



<http://www.d-b.ne.jp/kisitime/results.html>

もっと細かくしていくと...

分子・原子の集まりに還元される

# 「もの」の原材料は？

メンデレーエフの周期律表

1 H																2 He	
3 Li	4 Be																
11 Na	12 Mg																
19 K	20 Ca	21 Sc	22 Ti	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni	29 Cu	30 Zn	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr
37 Rb	38 Sr	39 Y	40 Zr	41 Nb	42 Mo	43 Tc	44 Ru	45 Rh	46 Pd	47 Ag	48 Cd	49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te	53 I	54 Xe
55 Cs	56 Ba	*	72 Hf	73 Ta	74 W	75 Re	76 Os	77 Ir	78 Pt	79 Au	80 Hg	81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po	85 At	86 Rn
87 Fr	88 Ra	**	104 Rf	105 Db	106 Sg	107 Bh	108 Hs	109 Mt	110 Ds	111 Rg	112 Cn	113 Uut	114 Fl	115 Uup	116 Lv	117 Uus	118 Uuo
*	57 La	58 Ce	59 Pr	60 Nd	61 Pm	62 Sm	63 Eu	64 Gd	65 Tb	66 Dy	67 Ho	68 Er	69 Tm	70 Yb	71 Lu		
**	89 Ac	90 Th	91 Pa	92 U	93 Np	94 Pu	95 Am	96 Cm	97 Bk	98 Cf	99 Es	100 Fm	101 Md	102 No	103 Lr		

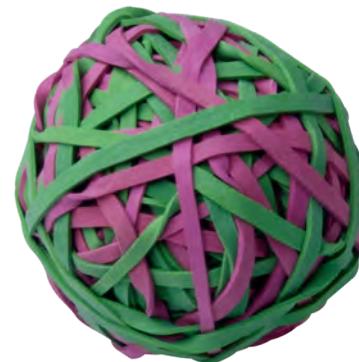
Wikimedia Commons File:Periodic table (polyatomic).svg

高々 100 種類の元素。

これから二つ組み合わせる種類は:  $100 \times 100 = 10,000$  (化学)  
同じものを三つ以上使った組み合わせ方はいくらでも！

# More is different

ひとつ



ふたつ



たくさん



P. W. Anderson  
1977年 ノーベル物理学賞

# さまざまな「かたち」の多様性



<http://ja.wikipedia.org/wiki/シャボン玉>



<http://www.exploratorium.edu>

もののかたちはどのようにきまるのでしょうか？

# もの：分子や原子の凝縮体

分子や原子が、その間に働く力により、一定の規則で集まったものが「もの」

この引き合う力は何でしょう

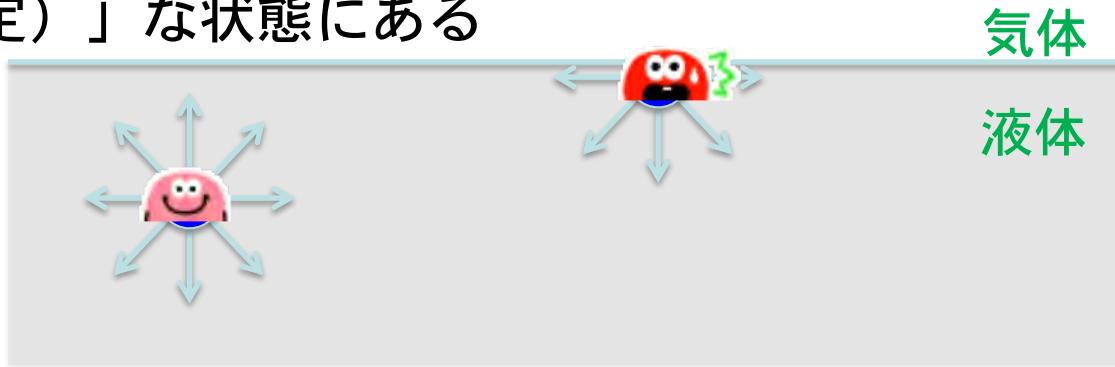
→ イオン結合、共有結合、分子性結合など

一つの分子や原子は、まわりに他の分子・原子が居た方がエネルギー的に安定（幸福）である

# もの大きさは有限：表面の存在

簡単のため液体を考えてみましょう：

液体中の原子は周りの分子との引力相互作用の恩恵で「幸福（安定）」な状態にある



一方、液体表面では引力相互作用の恩恵を半分失い  
「不幸な（不安定）」状態にある。

液体はかたちを調整して露出する  
表面を最小にする傾向がある

丸くなって表面を最小に  
しようとする猫



# 表面張力

1分子あたり液体中で得をするエネルギーを $U$ としましょう。

表面の分子は液体中の分子に比べ  $U/2$  のエネルギーの損。

単位面積あたりのエネルギー損失は？

分子の大きさを  $a$  とすると、一分子あたりの表面での露出面積は  $a^2$  であるので

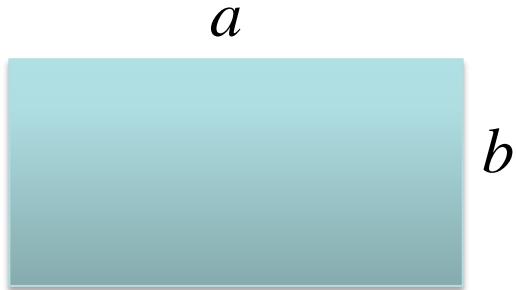
$$\text{表面張力} \quad \gamma \sim \frac{U}{2a^2}$$

水の場合 :  $\gamma \sim 72\text{mN/m}$

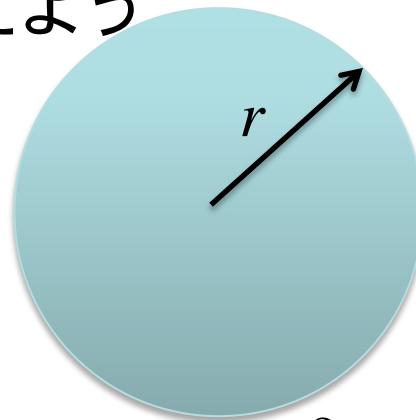


# もっとも表面の割合が少ない図形

同じ面積の長方形と円を考えよう



$$S = ab$$



$$S = \pi r^2$$

同じ面積なので

$$r = \sqrt{\frac{ab}{\pi}}$$

周長（表面）はそれぞれ

$$\ell_{\square} = 2(a + b)$$

$$\ell_{\circ} = 2\pi r$$

不等式  $a + b - 2\sqrt{ab} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$  より

$$\ell_{\square} - \ell_{\circ} = 2(a + b) - 2\pi \sqrt{\frac{ab}{\pi}} \geq 2\sqrt{ab}(2 - \sqrt{\pi}) > 0$$

円が最も表面の小さな領域を与える

# シャボン玉



シャボン玉は、表面最小の曲面、つまり球になろうとする

シャボン玉の表面を小さくしようとする力（半径が小さくなる方向）とシャボン玉内部の気体の圧力が釣り合って一定の大きさとなる。

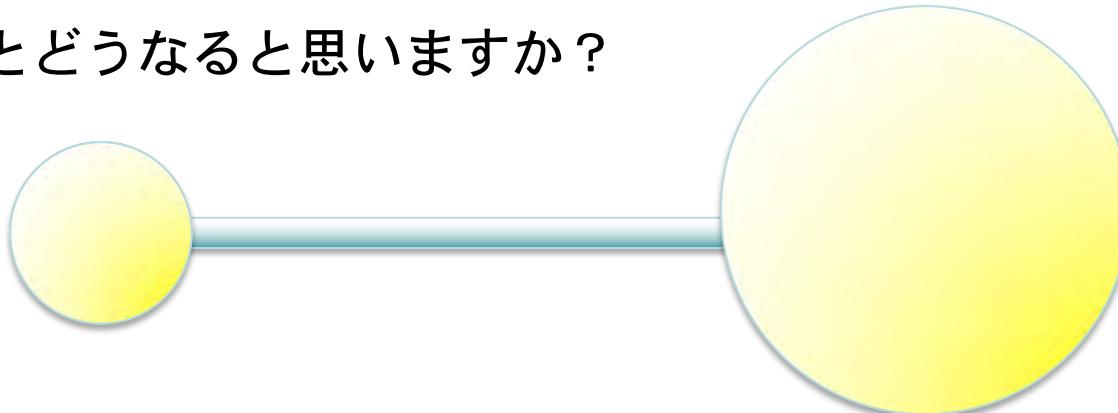
<http://ja.wikipedia.org/wiki/シャボン玉>

シャボン膜は極小表面を取る

# ふたつのシャボン玉

ストローの両側に二つの大きさの違うシャボン玉がついています。

このあとどうなると思いますか？



答え：小さなシャボン玉は次第に縮んで、逆に大きなシャボン玉は大きくなります。

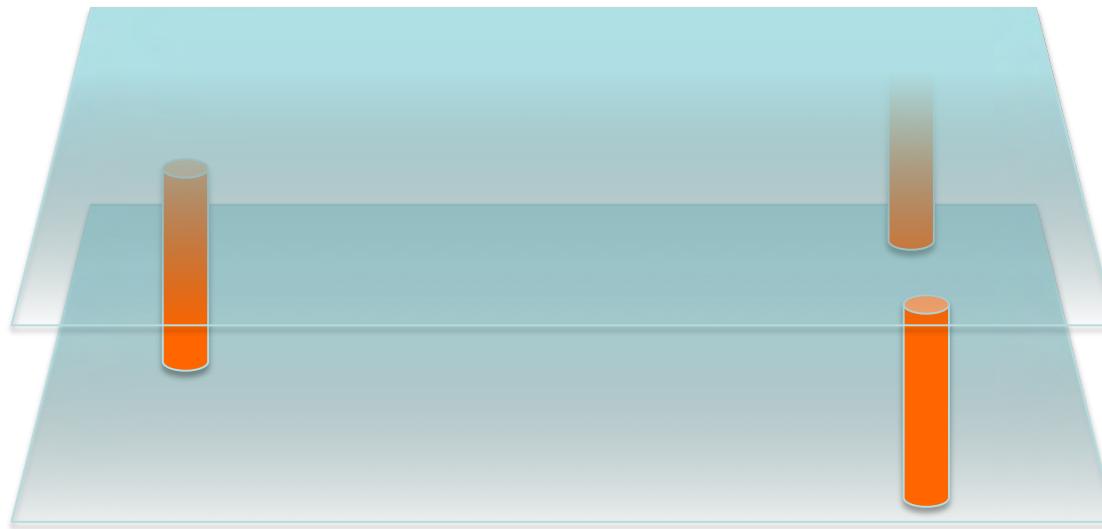
なぜなら半径を $r$ として  
単位体積あたりの表面は：

$$\frac{\text{表面積}}{\text{体積}} = \frac{(4\pi r^2)}{\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)} = \frac{3}{r}$$

小さなシャボン玉ほど表面の寄与が大きい：より「不安定」である  
(オストワルド成長)

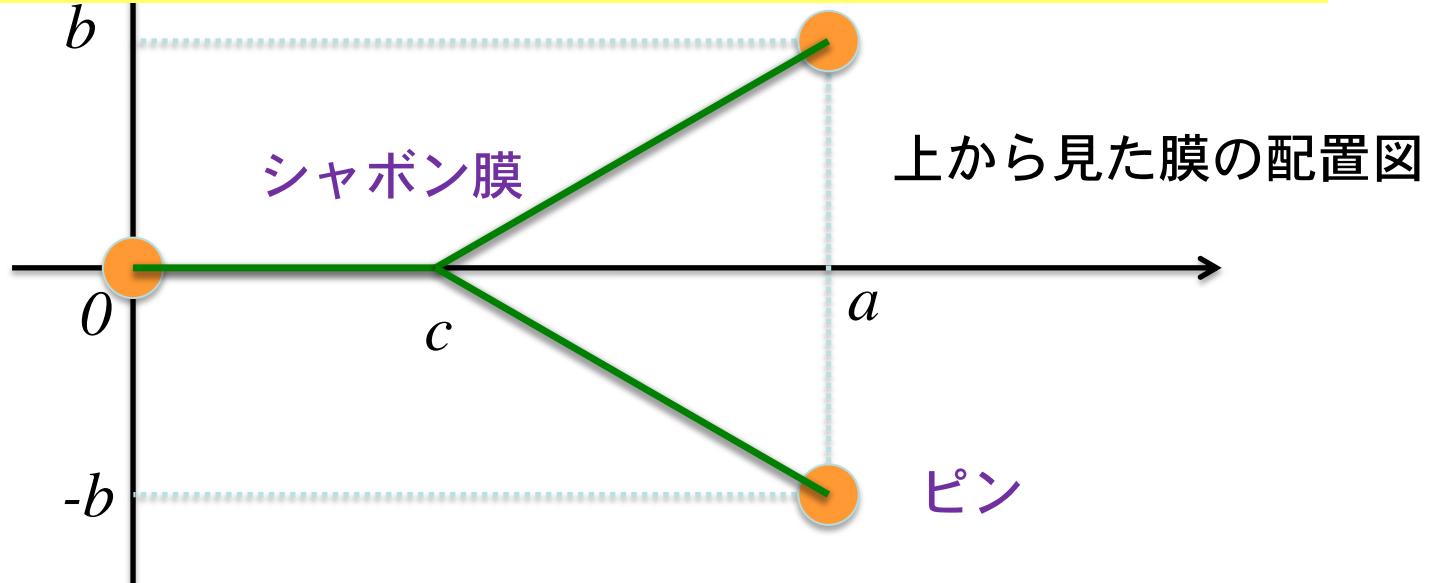
# 三つのピンの間に張ったシャボン膜

2枚の透明のガラス間に3つのピンを図の様に配置した



三つのピンの間にシャボン膜を張るとすると、そのかたちはどうなるでしょうか？

# もっとも膜が短い条件は？



シャボン膜の長さ

$$\ell = c + 2\sqrt{b^2 + (a - c)^2}$$

極小条件

$$\frac{d\ell}{dc} = 1 - \frac{2(a - c)}{\sqrt{b^2 + (a - c)^2}} = 0$$



$$a - c = \frac{b}{\sqrt{3}}$$

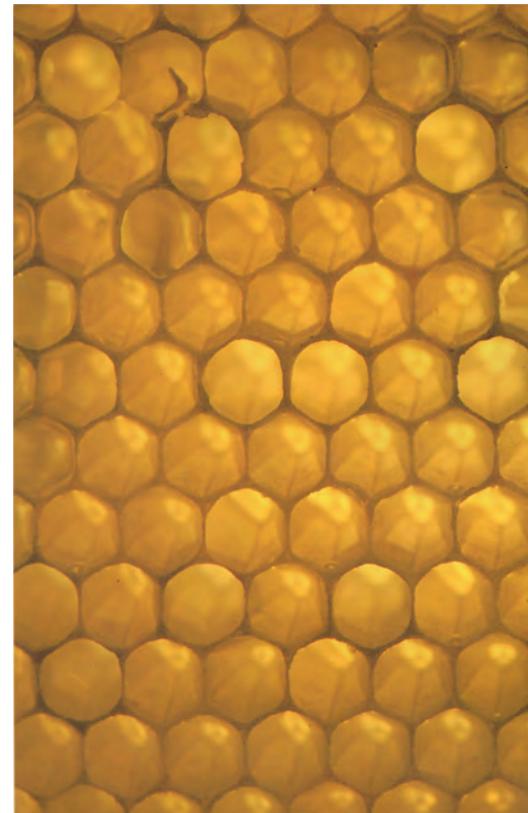
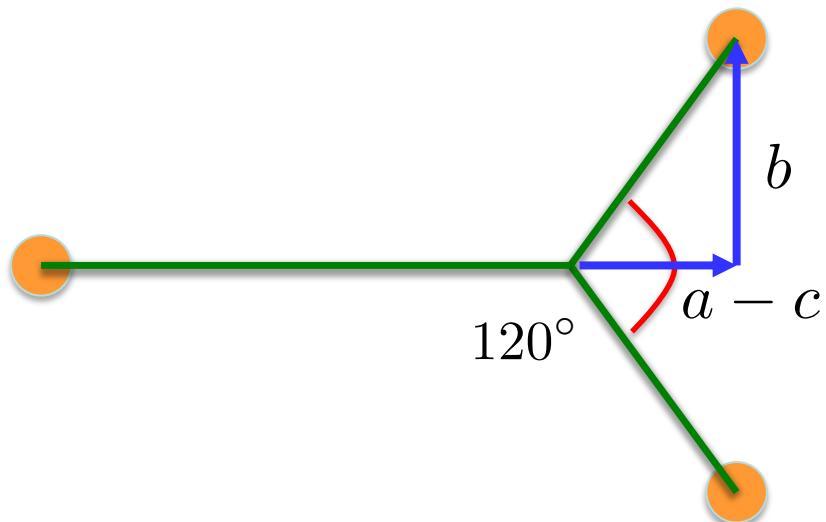
# シャボン膜の交差角



$$a - c = \frac{b}{\sqrt{3}}$$

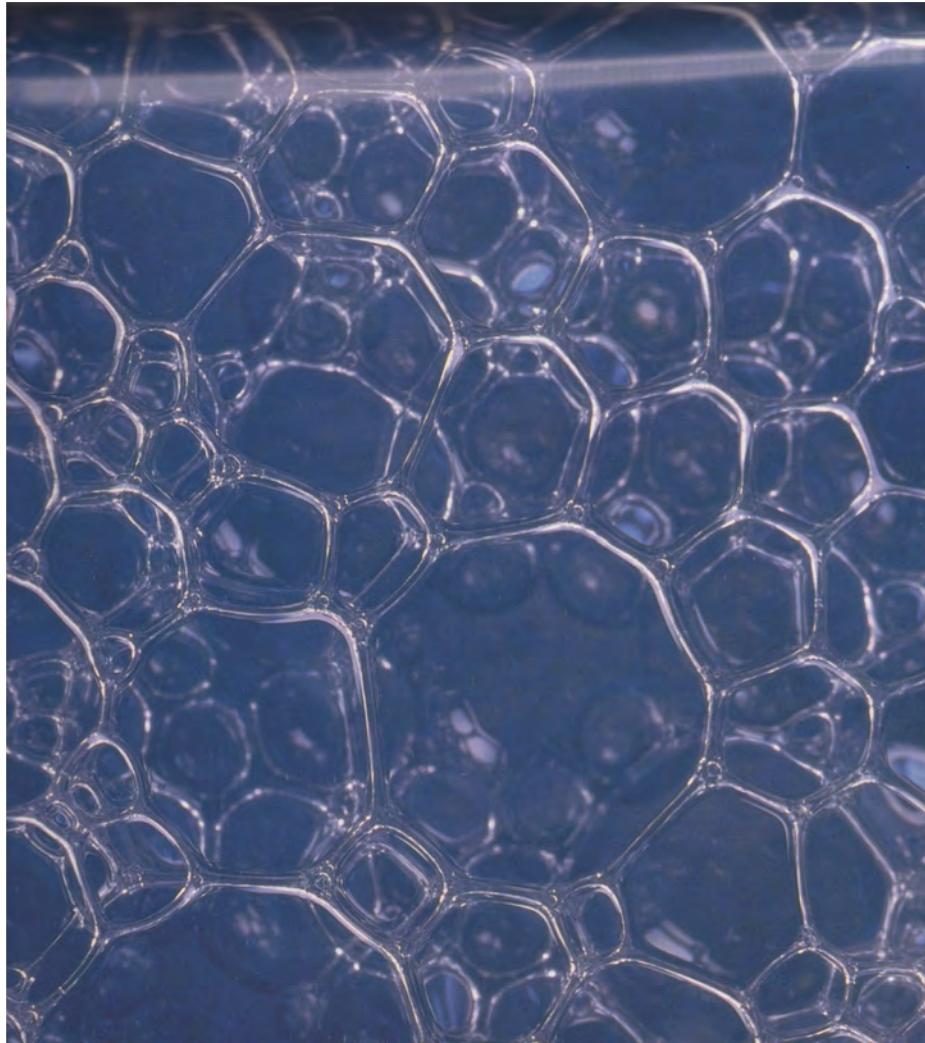
2次元空間では、必ず  $120^\circ$  で交わる

例：蜂の巣



# 3枚のシャボン膜の交差角

3次元空間では、3枚のシャボン膜の交線は曲線となる。



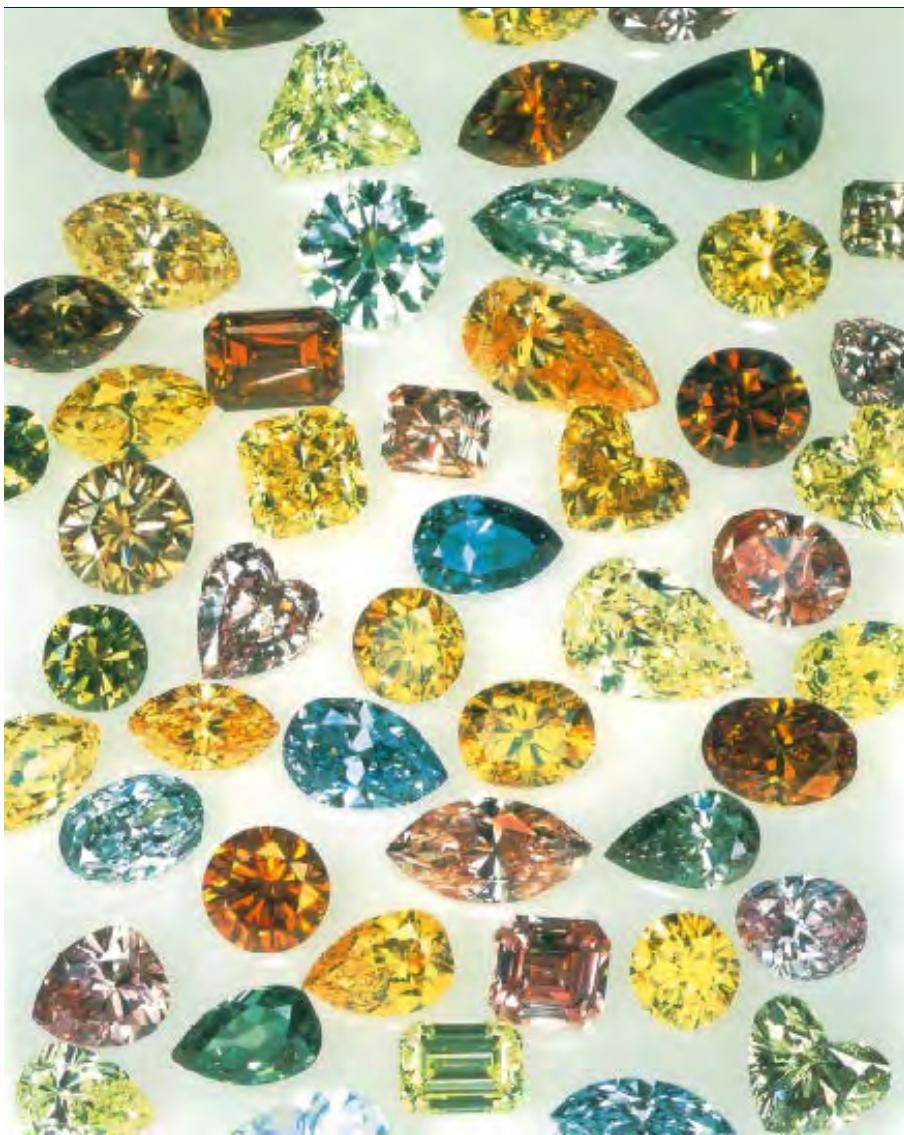
この交線と別の交線が  
交わる場合、  
その角度  $\theta$  は  
 $\theta = 109.5^\circ = \cos^{-1}(-1/3)$   
である。

つまり、角度  $\theta$  は

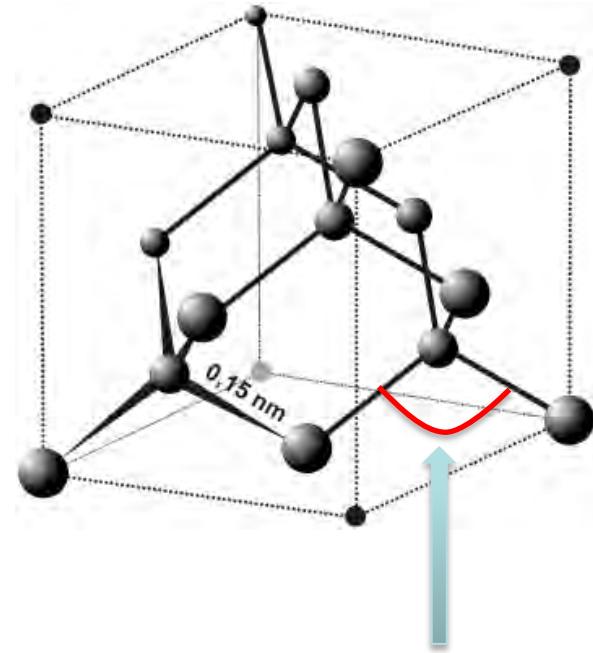
$$\cos \theta = -\frac{1}{3}$$

を満たす。なぜでしょう？

# 炭素からできた「もの」？



ダイヤモンド

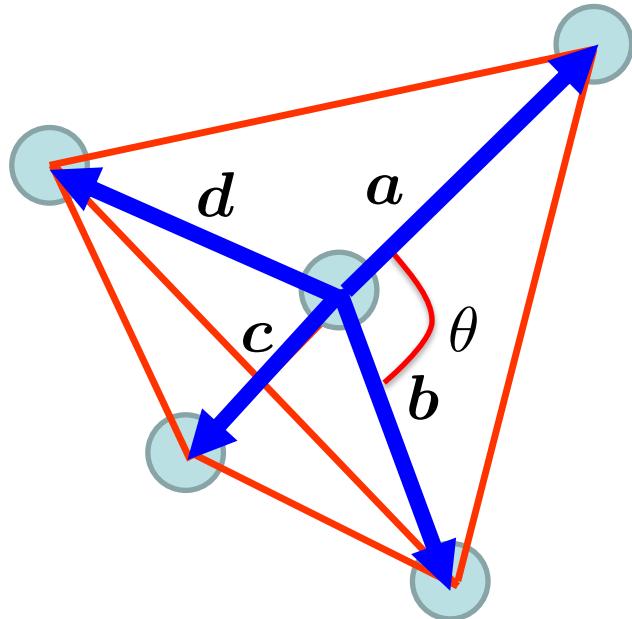


$$109.5^\circ = \cos^{-1}(-1/3)$$

3枚のシャボン膜の交点の  
なす角と同じ

# 炭素間の結合の角度

ダイヤモンド結晶中の炭素原子は、周りの4つの炭素原子と、下図のように、正四面体の頂点と中心に様に配置される。



中心の炭素から周りの炭素への方向ベクトルを  $a, b, c, d$  とすると

$$|a| = |b| = |c| = |d| = 1$$

$$a + b + c + d = 0$$

$a$  と内積を取ると：

$$|a|^2 + a \cdot b + a \cdot c + a \cdot d = 0$$

$$\rightarrow 1 + \cos \theta + \cos \theta + \cos \theta = 0$$

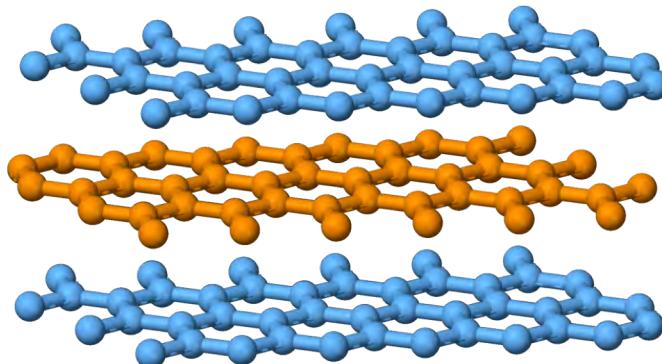
これを解くと  $\boxed{\cos \theta = -\frac{1}{3}}$

# 炭素からできた「もの」？

炭（生物一般）

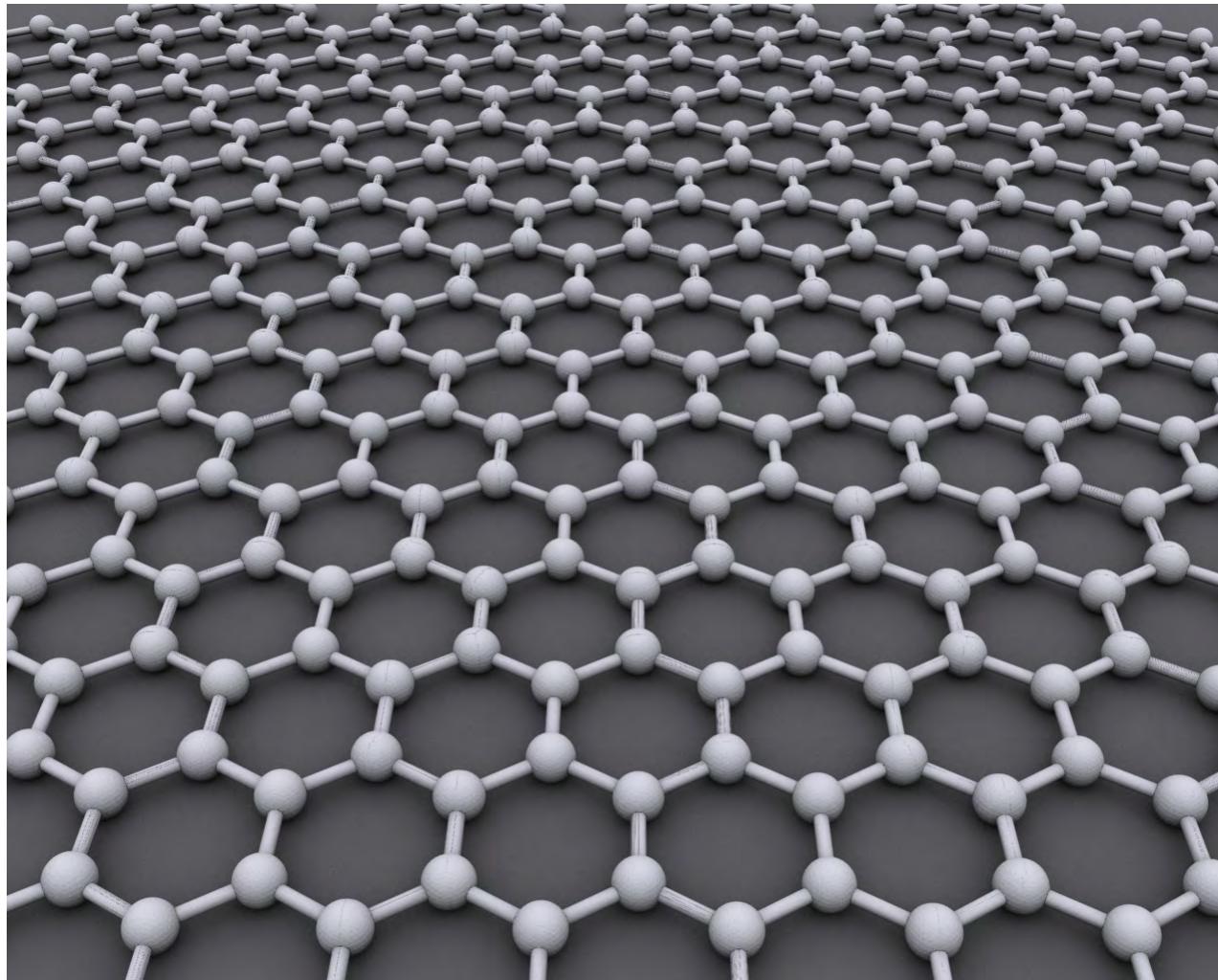


黒鉛（グラファイト）



一層を取り出したもの：グラフェン

# 微小世界の蜂の巣 – グラフェン

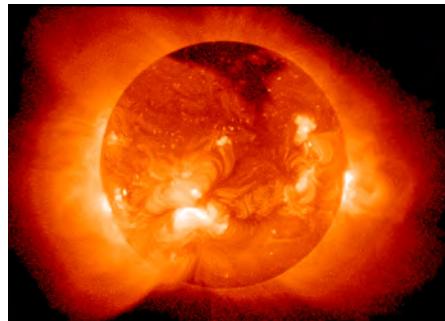


0.142 nm  
nm:  
ナノメーター

# ナノって何だろう？

長さのスケール

$$10^{10} m$$

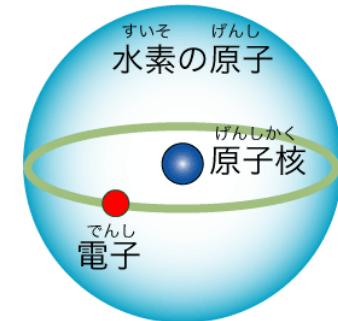


$$\times \frac{1}{10^{10}}$$


$$1m$$



$$10^{-10} m$$



$$1 \text{ nm} = 10^{-9} m$$

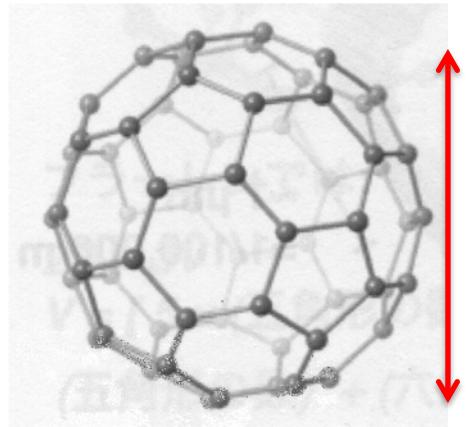
1秒間に伸びる爪の長さ？ 約 10 nm !

# 炭素からできた籠

炭素が作るネットワークが籠状になると

バックミンスター・フラーレン  
(C<sub>60</sub>)

電子は零次元の世界に閉じ込められる

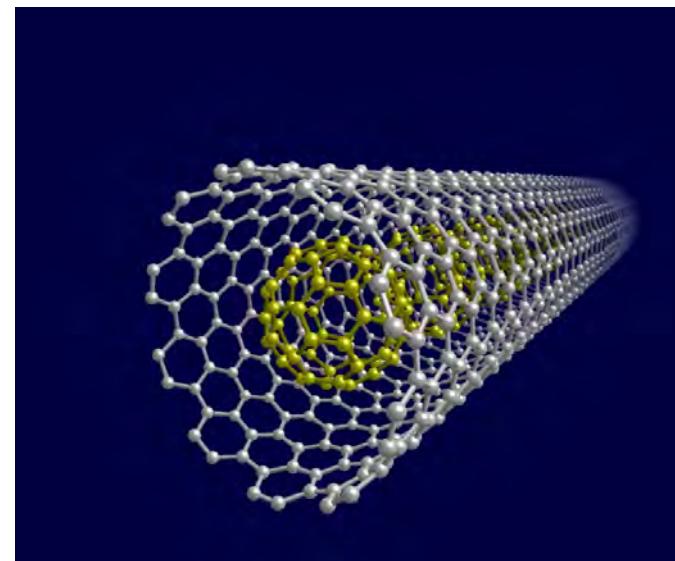


↑  
1.01nm



カーボンナノチューブ

電子は一次元の世界に閉じ込められる



# 物性物理という学問

我々の身边にある金属や半導体は、原子の集団からなる物質で出来ています。

物質の性質（物性）を理解し、どのようにすれば新しい物性が生み出されるのかを考究することが物性物理の役割です。

最近のノーベル物理学賞で物性物理関係のものは：

2016年	物質のトポロジカル相	D. J. Thouless, D. Haldane, M. Kosterlitz
2014年	青色ダイオード	赤崎勇、天野浩、中村修二
2010年	二次元物質グラフェン	A. Geim, K. Novoselov
2009年	光ファイバー、CCDセンサ	C. Kao, W. Boyle, G. Smith
2007年	巨大磁気抵抗	A. Fert, P. Grunberg
2003年	超伝導／超流動	A. Abrikosov, V. Ginzburg, A. Leggett

# まとめ：物質の驚くべき多様性

- 凝縮系では表面のエネルギーが形を決める重要な要素である。
- ただ一つの炭素という元素から形成される「もの」には驚くべき多様性がある
- 複数の元素から構成される二元系物質、三元系物質を考えると、気の遠くなりそうな豊かな自由度がみられる。

物性物理学の取り扱う世界は膨大なもの

# 参考文献

- BY NATURE'S DESIGN, CHRONICLE BOOKS  
和訳：バイ・ネイチャーズ・デザイン 大自然のかたち
- フィリップ・ボール 林大訳  
「かたち 自然が創り出す美しいパターン」早川書房
- ドゥジエンヌ、ブロシャール-ヴィアール、ケレ  
奥村剛訳 「表面張力の物理学」吉岡書店

もしサンフランシスコに行く機会があったら Exploratorium という科学博物館に行って見てください。 身近な物理を楽しむことができます。

<http://www.exploratorium.edu>