気象予測とカオス
Weather Forecasting and Chaos

田中　博
Hiroshi L. TANAKA

1. はじめに

自然現象に限らず，すべての現象には因果関係があり，その因果を厳密にたどることで，この世のすべての現象が予測できる，と信じられた時代があった．ビッグバンに始まる宇宙創世記から現在に至り，そしてやがて来るビッグクランチまたは永遠に膨張を続ける壮大な宇宙論では，すべての現象が物理法則という因果の連鎖でつながっており，その連鎖は将来に対しても確定論的につながっていると考えるパラダイムが存在する．これを物理帝国主義と呼ぶ人がいる．この考えは，人の運命というものが生まれたときから既に決まっており，その人を取り巻く社会的な環境やその人自身の心理的な動揺においてまで，すべては因果の連鎖で繋がっており，そこから抜け出すことを許さない，という運命論の概念へと発展する．古代から人間集団の中には預言者という者が存在し，あたかも特別な才能を持っているかのように振舞うことで，人々を誘導し配下に治めてきた．

しかし，そんな物理帝国主義と呼ばれた時代に終わりを告げたのが，気象学者エドワード・ローレンツによる「カオス」の発見であった．カオスの発見は20世紀最後の大発見と称されており，物理法則に基づく確定論的な将来予測が原理的に不可能であることを証明するものである．この発見は，同時に，運命論を信じるすべての預言者が，実は例外なくペテン師の集団であることも証明してくれる．

カオスとは英語では混沌という意味で用いられることが多いが，数学的に定義された学術用語として以下のような意味で用いられる．つまり，「本来は予測可能な決定論的な系の解を求めるとき，その初期条件に含まれる僅かの誤差が時間と共に指数関数的に拡大するため，ほんの僅か先の将来しか予測できない系の性質のことをカオスと呼ぶ．」

気象学の分野で，流体力学の運動方程式の非線形性に伴うカオスの性質によって，時間発展系の決定論的予測が原理的に不可能であることが1960年代初頭にエドワード・ローレンツにより証明された．この発見は，自然科学から工学，医学，生物学へと伝播し，やがて経済学や社会学の諸現象にも応用されるに至っている．本解説では，数値天気予報が実際にどのような原理に基づいて行われているのかを概観し，そこに現れるカオスとは何かについて考察する．そして，このカオスにより，長期予報が原理的に不可能であることを理解してもらう．

2. 決定論的力学系とは

はじめに，決定論的な力学系の最も簡単な例として，摩擦のある振り子の例を考えてみ

よう．図1は振り子が触れている様子と，その振り子が鉛直上向きに立っている時の様子である．

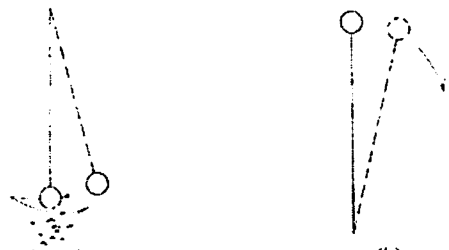

図1：(a)減衰振動する振り子と，(b)鉛直上向きの振り子

ここで，下端を原点とし，振り子の位置(角度)を反時計回りにxとし，振り子の速度（角速度）をyとする．そして，この振り子の挙動を表す2つの変数(x,y)を座標にとって，振り子の位置と速度が時間と共にどのように振舞うかを解軌道で表したものが図2である．

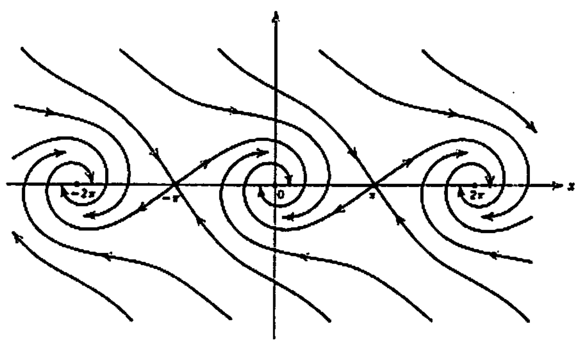

図2：振り子の位置(x)と速度(y)の位相空間における解軌道

初期にxの位置から初速度0で動き出す振り子の位置は，x-y空間ではy=0のx軸上にある．振り子の振動が始まると，初期値から反対側に行って戻ってきた振り子は，x-y平面の原点付近では，時計回りの円を描いて初期値付近に戻ってくるが，摩擦により振幅が減少するので円にはならず渦となる．こうして振動を繰り返すうちに，最終的に原点に向かう解軌道が読み取れる．もし，摩擦がなければ解軌道は円となり，円上を永遠に回り続ける．このように，変数(x,y)を座標軸にとった空間を位相空間という．この変数をV=(x,y)のようにベクトル表記し，その運動方程式を書くと

$$\frac{dV}{dt}=F(V)$$

のように表すことができる．速度はy=dx/dtで与えられる一方で，速度の時間変化(dy/dt)は加速度となり，運動方程式で規定される．その関数形をF(V)で表記した．このように，変数の時間微分を含んだシステムを力学系と呼ぶ．

ここで重要なことは，力学系が数学的に厳密に与えられたとすると，初期値を与えることで，振り子の挙動は未来永劫に決定論的に確定する．位相空間で，任意の初期値から出発し，時間と共に渦を巻いて移動する点の動きが解軌道であり，将来どのような軌跡を辿るのかが確定している．ただし，例外がひとつだけあり，振り子が初期に真上を向いていたときには，解軌道はx軸上のπの点にあり，ここでは，振り子は真上に立ったまま動かない，というのが数学的な解の挙動である．しかし，現実世界では予期せぬノイズがこれに重なるため，振り子はπの右か左にずれることがある．ノイズとしては例えば部屋の中の微風であったり，実験者の心臓の鼓動や足音の音波でもいい．もし，このノイズでπよりも左に振れたとすると，その後，解軌道は原点に向かって時計回りに渦を巻きながら落ちてゆく．もし逆にπよりも右に振れたとすると，その後，解軌道は2πに向かって時計回りに渦を巻きながら2πに落ちてゆく．位相空間では，解軌道が0に向かうか2πに向か

うかは全く別の挙動であり，それはノイズの存在により予測不可能な挙動として理解される．これはカオスの始まりであり，この例では位相空間のある 1 点にそのような特徴が見られた．次に示す例では，位相空間のいたるところにそのような点が存在する例を示す．

3. カオス力学系

エドワード・ローレンツがカオス理論を展開し，それを普及させるために紹介したローレンツシステムは，簡単な 3 変数(x,y,z)の連立微分方程式からなる．ただし，これは変数の積の項を含むので非線形システムである．

$$\frac{dx}{dt} = -10x + 10y$$

$$\frac{dy}{dt} = 28x - y - xz$$

$$\frac{dz}{dt} = xy - \frac{8}{3}z$$

ここで，3 変数を V=(x,y,z)のようにベクトルで表すと，右辺は V の関数なので，d V/dt=F(V)という力学系の一種であることが確かめられる．

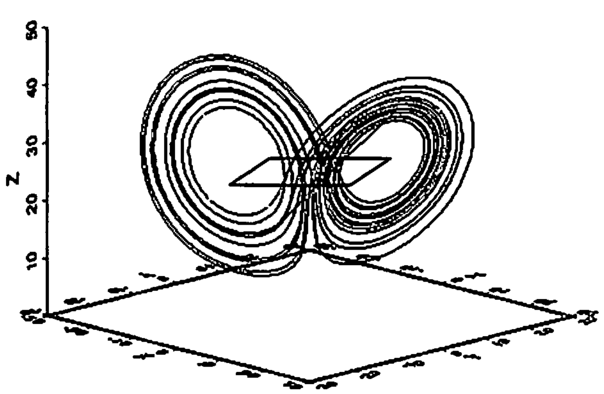

図 3：3 次元位相空間(x,y,z)におけるローレンツシステムの解軌道

この力学系に初期値(x_0,y_0,z_0)を与えると，3 次元位相空間での解軌道が図 3 のように確定する．ローレンツシステムの特徴は，この解軌道が有限の範囲内で交わることなく右に左にランダムに回り続けるという点である．解軌道が交わるということは，力学系が周期解となることであるから，言い換えればこのカオスシステムは無限の周期を持つと言ってもいい．有限の範囲内に無限の長さの解軌道がつまっているので，解軌道は無限小に接近していることになる．

ここで，2 つのリングの交わる中央付近に注目すると，そこでは，中央から右のリングに向かう解軌道と左のリングに向かう解軌道が互いに密に接近していることが分かる．そこで，図中のような断面を取り，右に向かう解軌道には例えば赤，左に向かう解軌道には黒のように色をつけて，その断面を見ると，図 4 のように赤と黒の領域が複雑に入り組んでいる特徴的な模様が見えてくる．（これは概念図[1]として用いた．）

図 4：図 3 中央の平面における解軌道のフラクタル構造（概念図）

そして興味深いことに，その特徴的な模様の中には，自己相似的な同じ形をした小さな模様が見え，それを拡大してみると，前と全く同じ模様が親子関係のように出現してくる．この構造をフラクタルといい，拡大操作を無

限回繰り返しても親子関係の模様は永遠に続くのである.赤と黒で色分けされた解軌道が,無限小の距離で接近しているとはこのことを言う.したがって,赤の解軌道の上に,ほんの僅かのノイズが重なると,解軌道はたちまち黒の解軌道となってしまうことが難なく理解できる.図3の解軌道が,中央から右または左に向かうという確定論的な予測は,ノイズの存在により不可能となってしまう.これがカオス的振る舞いの本質的な構造であり,カオスの解軌道は必ずフラクタル構造を伴うことが知られている.前の振り子の例で示した予測不能な点π付近の挙動が,この例ではいたるところに現れている.

4. カオス体験

大学では,さらに簡単なカオス力学系の実験として,以下の漸化式の計算を電卓を用いてクラスの学生全員に実行させる.

$$V_{n+1} = \frac{21}{8}V_n - \frac{28}{8}V_n^3$$

初期値としてV_0を与え,右辺を計算して左辺を求める.nはステップ数であり,これを何度も繰り返すのである[2].例えば初期値として0.5を選び,計算を繰り返すと,Vの値は−1から+1の間を上に下にとランダムに変化する.数学的には初期値が決まると,その後のVの値はすべて確定するので,これは明らかに決定論的な系である.右辺が原因であるとすれば,左辺は結果であり,因果の関係は過去から未来へと決定論的に連鎖する.ところが,初期値に僅かの誤差を上乗せすると,将来予測は僅か10ステップ程度で全く異なったものになることを体験する.さらに興味深いことに,同じ初期値から出発した学生達の将来予測が,電卓が違うというだけで,あっという間に異なった値を示すようになる.時には同じタイプの電卓でも,製品番号が違うと結果が異なったりすることに,学生達は驚き感動するのである.この漸化式をプログラミングして東大のコンピュータで走らせた結果は,筑波大のコンピュータで走らせた結果と僅か数十ステップで違うものとなる.まさにカオスとはこのことである.

その理由の説明として,次のステップで値が正になるときのVの値には赤,負となるときには黒と色づけすると,−1から+1の間には赤と黒が複雑に入り乱れた特徴的な模様が見られる.その一部を拡大すると自己相似的な同じ形をした小さな模様が見え,それを拡大してみると,前と全く同じ模様が親子関係のように出現してくる.つまりフラクタル構造になっているのである.したがって,高々数桁の有効数字しかない電卓では,学生達が計算する将来予測はすぐにばらばらに別れてくるのである.

5. 気象予測とカオス

天気予報としてなじみの深い気象予測は,運動方程式や質量保存則,熱力学の式,状態方程式などの物理法則に基づいて,気温,気圧,空気密度,風ベクトル,湿度などの気象要素を,高速計算機を用いて予測する一連のシステムにより構成される.

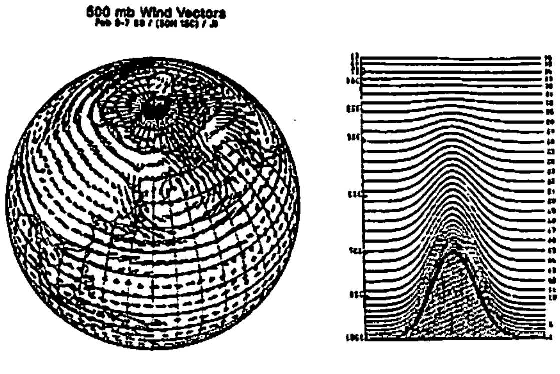

図5:気象予測モデルの水平格子(風ベクトル付き)と鉛直層の例

図5のように地球大気を水平方向には緯度－経度のグリッドに，鉛直方向には層に分け，その各々の格子点上で気象要素の将来予測を行う．時間発展する変数ベクトルVの要素の数は，全格子点数×気象要素数であり，形式的には以下の力学系として表すことができる．

$$\frac{dV}{dt}=F(V,t)$$

緯度－経度に1度間隔，鉛直に100層とすると，ベクトルVの次元は5000万のオーダーになる．5000万本の非線形の連立微分方程式からなるそれぞれの変数の時間変化は，確定論的な物理法則に従い計算される．しかし，ベクトルのサイズが大きくなるだけで，この気象予測システムは，形式的には2次元の振り子や3次元のローレンツカオスのシステムと同じ構造であることが分かる．したがって，ローレンツカオスで示されたようなカオス構造はいたるところに見られる．

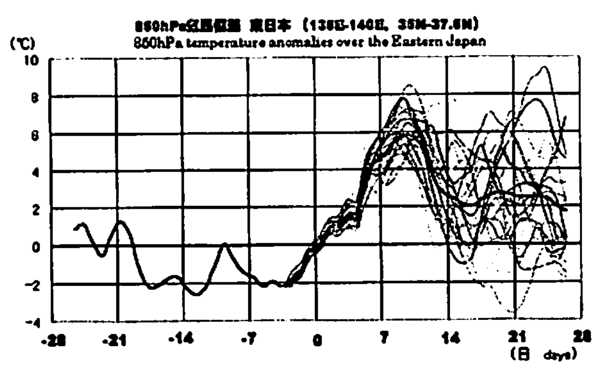

図6：東日本850 hPa面における気温偏差のアンサンブル予報の例

図6は東日本の850 hPa面(約1500 m上空)でのある1点における気温の将来予測である．初期値には観測誤差程度のノイズを上乗せして，予測を何度も繰り返すと，カオス理論に従い初期の誤差はやがて増幅し，3週間ほど先の予測は大きくばらついてしまう．予測が大きくばらついてしまう時は，カオス性が高いことを意味し，天気予報の信頼性は低いことになる．逆に，あまりばらつかないときには，そのときの大気の状態は比較的カオス性が低いことを意味し，予報の信頼性は高い．大気のカオス性を考慮して，あえて初期値に誤差を上乗せし，多数の予報を繰り返してその平均を持って将来の予報値とする手法はアンサンブル予報と言われ，今日の気象予測の主流となっている．

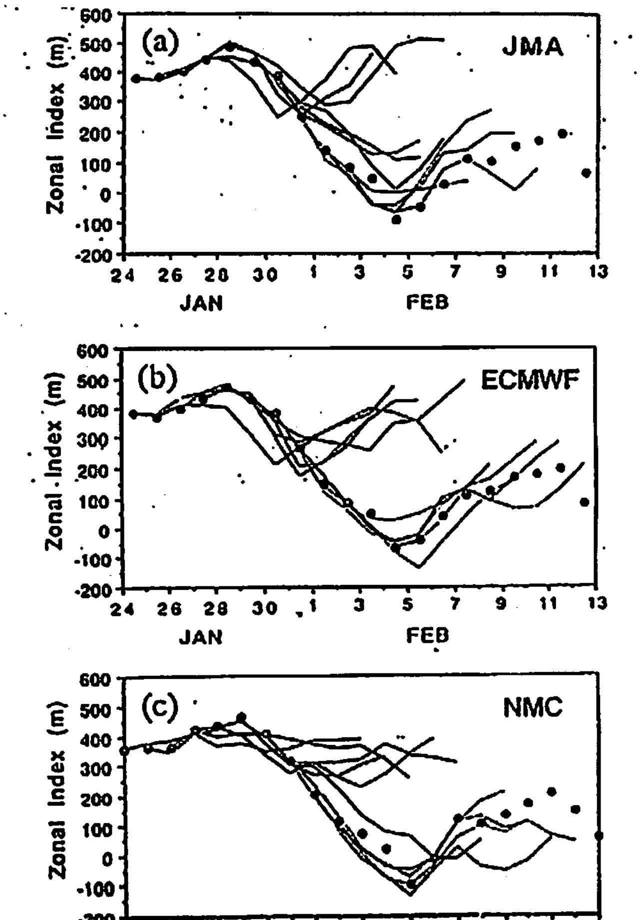

図7：偏西風ジェット気流の強さの週間アンサンブル予報の例

一般に，温帯低気圧の通過に伴う天候の変化などは，誤差の増幅率からして約2週間先が理論的な予報限界といわれている．それより先の将来予測は，いくら観測網を充実させ予報モデルを改善しても，大気のカオス性により決定論的な将来予測は不可能とされる．また，夕立をもたらすような雄大積乱雲の発達などは，誤差の成長速度が速く，決定論的な予報限界は数時間先とされる．このように，予報限界は予報対象とする大気現象のスケールに依存する．

図7は北半球中緯度の偏西風ジェットの強さに対する週間予報の結果を，日本の気象庁（JMA），ヨーロッパの気象局(ECMWF)，アメリカの気象局(NMC)，で比較した例である[3]．この週間予報の結果によると，偏西風ジェットが強いまま継続するという予報と，数日後に弱まるという予報が明瞭に分かれている．図中の黒丸が実況であり，現実大気のジェットは結果的に弱まったのであるが，初期値の僅かな違いにより，予報が当たったり外れたりしている．ここで興味深いことは，予報値の分離がすべての気象局で共通して見られることから，この現象が大気自身の特徴であり，大気のカオス性がこの時非常に強い状況にあったことが伺える．

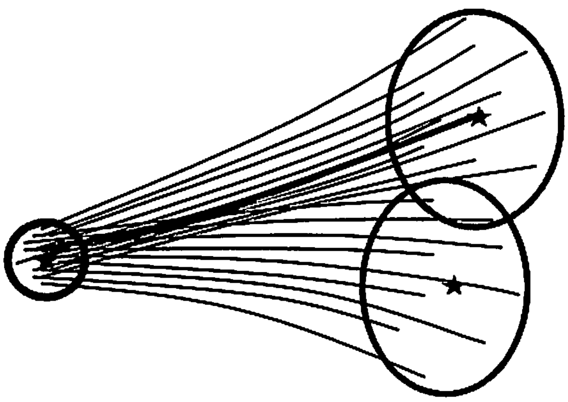

図 8：気象予測の位相空間におけるアンサンブル予報の概念図

図8は，この状況を多次元位相空間の解軌道の振る舞いとして概念的に表現したものである．位相空間の次元は5000万のオーダーであるが，概念的に3次元で表示するとこのような図になる．初期値の周りに微小ノイズが重なった左の円の状態から将来予測を行った場合，一群の解軌道は実況と同様に右下の円に向かう一方で，別の一群は右上の円に向かう．上の円に向かう一群の初期値に赤，下の円に向かう一群の初期値に黒と色づけを行うと，初期値周辺の模様は図4で示したようなフラクタル構造になる，という理解である．フラクタルになっているので赤と黒が無限小に接近して存在し，そこにノイズが重なれば，もはや右上に行くのか右下に行くのかは原理的に予測不可能である．カオス性の高い状況では，どんなに小さいノイズであっても将来予測は大きく変化する．北京で一匹の蝶が羽ばたけば，一月後のニューヨークのお天気が大きく変化する．バタフライ効果として知られるこのカオス理論は，解軌道のフラクタル構造にその本質を見出すことができる．そして，無限に存在する可能性の中から，たった1本の解軌道が現実として刻々と選択されてゆくのである．各々の瞬間においては常に無限の可能性を秘めた現在があり，将来的には何も決まっていない．しかし，過去を振り返れば，無限の可能性の中のたった一本の現実が残る．これがカオスの世界である．

6. カオスの壁を越えて

図9は異常気象をもたらす北極振動指数のアンサンブル予報の例で，2ヶ月先までの予報が試みられている．北極振動とは北極圏の地上気圧とそれを取り巻く中緯度の地上気圧が互いに逆相関を示すという現象で，近年，南のエルニーニョ現象と並んで長期予報において重要な北の大気現象として注目されてい

る．大気の予報限界が予報しようとする対象のスケールに依存することから，北極振動のような地球規模の現象は積乱雲などよりも予報限界が伸びる．この特徴を考慮して，このモデルでは，3 次元空間の各々の点での気象要素の決定論的な予測をするのではなく，大気の鉛直平均場を予測するように方程式系を鉛直平均してから予報が試みられている[4]．

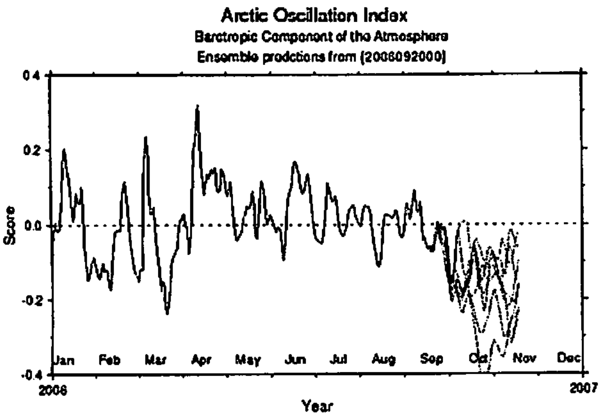

図 9：鉛直平均モデル北極振動指数の 2 ヶ月アンサンブル予測の例

このモデルでは，カオス性が大幅に低下することから，アンサンブル予報のバラつきは抑えられ，この例では2ヶ月先まで一貫して負の値を予報している．ただし，方程式系を鉛直平均するため，それに付随する乱流統計量が方程式に加わることから，カオス性が抑えられた分，方程式系の精度が低下している．したがって，実際に予報が当たるかどうかは今後の分析を待たねばならない．北極振動指数は日本の気温と比例関係にあるので，この予報が当たれば，この冬日本は寒冬となる．米国気象局はこの秋，エルニーニョの開始宣言をした．したがって，大方の予報は暖冬である．予測は，検証されて始めてサイエンスといえるようになる．来年の春を楽しみにして待とう．

7. まとめ

自然現象に限らず，すべての現象には因果関係があり，その因果を厳密にたどることで，この世のすべての現象が予測できる，と信じられた時代があった．そんな物理帝国主義と呼ばれた時代に終わりを告げたのが，気象学者エドワード・ローレンツによる「カオス」の発見であった．「本来は予測可能な決定論的な系の解を求めるとき，その初期条件に含まれる僅かの誤差が時間と共に指数関数的に拡大するため，ほんの僅か先の将来しか予測できない系の性質のことをカオスと呼ぶ．」

カオス力学系においては，解軌道がフラクタル構造になり，したがって，どんなに小さなノイズでも，それを許す限り将来予測が原理的に不可能になる．各々の瞬間においては常に無限の可能性を秘めた現在があり，将来的には何も決まっていないことをカオス理論は証明してくれた．しかし，過去を振り返れば，無限の可能性の中のたった一本の解軌道としての現実が残る．これがカオスの世界であり，過去を指してこれを運命と呼ぶことは正しい運命の解釈である．これを未来に外挿し，運命があたかも決まっているかのように言う預言者は，総じてペテン師であることも同時に証明された．

カオス体験の節で示したように，数学的に厳密で，因果関係の連鎖が明瞭であり，明らかに確定論的な系についても，学生達に同じ初期値から電卓で計算させると，その答えが全員異なることを知る．学生達はその事実に驚くと同時に，フラクタル構造を持ったカオスの本質を理解し，そして，自分の将来が決まっていないことを理解する．学生達は総じて安堵の表情を浮かべ，一瞬一瞬を真剣に生き，やる気を起こして勉強に励むことを決意してくれるようである．

参考文献

1) J. Cleick: Chaos: Making a New Science. A Penguin Book, 524 pp (1987).
2) 小倉義光：一般気象学，東大出版会，314 pp (1984).
3) 木本昌秀：異常気象の謎を追って，天気，52, 439-448 (2005).
4) 田中博：順圧大気大循環モデルによる北極振動の数値実験およびその力学的考察，北極振動特集，気象研究ノート，206, 71-107 (2004).

(たなか　ひろし/
筑波大学計算科学研究センター)

田中　博

筑波大学計算科学研究センター教授．1981-1988:米国ミズリー大学コロンビア校主任研究員，Ph.D.取得，1998-1991:アラスカ大学地球物理学研究所助教授．1991-現在：筑波大学生命環境科学研究科．大気大循環論，ブロッキング，北極振動，大気エネルギー論などの研究を行ってきた．(社)日本気象学会常任理事．英文レター誌「SOLA」編集長．1995-2004: NHK 教育番組「地学」放送講師．