

角度方向の微分方程式

$$\frac{d}{dt} \left( r^2 \frac{d\theta}{dt} \right) = 0$$

より

$$r^2 \frac{d\theta}{dt} = \text{Const}$$

一方、角運動量  $L = m \mathbf{r} \times \mathbf{v}$  (角運動量保存則より、これは定ベクトル) より、

$$\frac{L}{m} = |\mathbf{r} \times \mathbf{v}| = x\dot{y} - y\dot{x} = r^2 \dot{\theta}$$

したがって

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{L}{mr^2}$$

となる。