【SLAA】

Field, A. (2009) Discovering Statistics Using SPSS(pp.282-300)

8.6 Interpreting logistic regression

■8.5 の手順通り行うと以下のような出力が表示されるようになる

8.6.1 The initial model

■SPSS Output 8.1 (p.83) は分析者及び SPSS が変数をどのようにコーディングしたかを示し、従属変数及び独立変数ごとに表示される

■コーディングの方法には様々な方法があるが、例えばデフォルトの”indicator”を選ぶと実際に入力されている数値 (i.e., 0 -= no treatment, 1 = treatment) にコーディングされる

■他にも ”deviation” や ”simple contrast” 等の方法があるが、コーディングの方法は解釈にも影響を与えるため、結果の解釈の際には注意する必要がある

■今回は変数増加法にて分析しているため、最初のステップでは切片のみによるモデルが作成される

■切片のみのよるモデルは各ケースが cured と予測される確率のベースラインを示しており、SPSS が全てのケースが cured であったものとして予測している

■Output 8.2 の下の表は SPSS の予測と実際の結果を示しており、総計 113 のケースの中で予測と実際の結果が一致したのは 65 ケース (57.5%) である

■それに対し、残りの 48 ケースは実際には not cured であってこれらのケースは切片だけでは正確に予測できていないものであり、他の独立変数が必要であろうと考えられる

■Output 8.3 は切片のみのモデル要約を示しており、下の表は分析には用いたがモデルに含まれていない変数及びそれら全体の残差のカイ二乗値 (Overall Statistics) を表示している

■このカイ二乗値が有意であるということは、この表に含まれている変数をモデルに含めることで説明率が向上することを示す (有意でなければ、全ての変数をモデルに含めても説明率は向上しない)

■また、独立変数ごとの Score はカイ二乗値ではなくて Roa’s efficient score statistic (ラオのスコア検定) の値を示しており、この値はサンプル数が大きい時には Wald 検定及び尤度比検定と同様の値を示す (i.e., 各独立変数の寄与の有意性検定)

■ここでラオのスコア検定が用いられるのは、Wald 検定に比べて算出が容易であって比較的統計的に有意になりやすい傾向があるためである

■今回の例では、Intervention 及び Duration x Intervention の交互作用が有意であったが、ラオのスコア検定の値がより大きな Intervention を最初にモデルに投入する変数とした

8.6.2 Step 1: Intervention

■Intervention が加わったモデルにおいては、Intervention の有無によって cured と not cured の分布がどのように異なるかを調べることになる

■すなわち、このモデルは Intervention と cured のクロス集計表 (Table 8.1, p.285) によって説明されうる

■Intervention が与えられたケースが 57 あった中で cured であったのは 41 ケースであり、Intervention が与えられなかったケースが 56 あった中で cured であったのは 24 ケースであった

■Output 8.4 は Intervention を含んだ回帰モデルを示しており、全体の適合度として-2LL (Log Likelihood) や Cox & Snell R 二乗値などが表示されている

→対数最尤度が-2 倍されているのは、-2LL がカイ二乗分布と近い分布を形成するためである

■-2LL は 0 に近いほど適合度が高いと判断されるため、値が大きいほど適合度は低いと考えられる

■また、-2LL については切片のみのモデルと比べてその値が小さくなっている必要がある (適合度が向上している必要がある)。今回は 154.08 から 144.16 へと値が減少していることから、Intervention をモデルに投入したことでモデルの適合度が向上したと判断できる

■また、この適合度の向上が有意なものであるかの判断に関して、-2LL の値に関して元のモデルと新しいモデルの差がカイ二乗分布に従い (i.e., 154.08-144.16 = 9.93)、その自由度は新しいモデルの独立変数の数と元のモデルの差が自由度 (i.e., 2-1 = 1) であることから容易に検定することが可能である

■この-2LL に基づいた検定は線形回帰分析における R 変化量の F 検定と同様の値を示し、有意である場合には現在のモデルだけでは不十分とされる (i.e., 更に変数を加えたモデルの方が適合度が高い)

■Output 8.4 における"step" 及び "block" の値はいずれについても、複数の step 及び block を用いた分析を行った場合に参照する値であり、あるモデルの-2LL と直後のモデルの-2LL の差を示す (e.g., 階層的重回帰分析において 3 つの独立変数によるモデルと 4 つの独立変数によるモデル)

■また Output 8.4 におけるクロス集計表には各ケースの従属変数に関して、回帰モデルの予測値と実測値の分布と併せて予測値が実測値を正しく予測した割合が示されている

■Intervention が与えられたケースの正予測率が 66.7%であり、そうでないケースの正予測率が 63.1%であることから、独立変数として Intervention を投入したことによる平均正予測率は 64.6%である

■この値は、切片のみのモデルの予測率の 57.5%と比較して向上していると考えられる

■Output 8.5 においてはモデルに含まれた各独立変数の回帰係数などが表示されており、B 値は線形回帰と同様の B 値を示している (独立変数が 1SD 変化したときの従属変数が変化する割合)

■ただし、ロジスティック回帰分析の場合には B 値の解釈は比較的容易であり、独立変数が変化した時に従属変数の生じる確率がどの程度変化するかを示す

■Wald 値はカイ二乗分布をとるもので各独立変数の B 値が有意に 0 ではないかどうかを示す検定統計量であり、その有意確率も併せて表示されている

※B 値が極端に大きい場合には Wald 値が小さくなる傾向にあるが、少なくとも今回は Wald 値が有意であることからこの問題については考慮しなくても良いと考えられる

■モデルの適合度を示す R については式 8.14 で算出することができるが、Hosmer and Lemeshow の計算式に従うと元のモデルと新しいモデルの-2LL の差 (i.e., 9.93) を元のモデルの-2LL で割ることによって算出することができる (i.e.,9.93 / 154.08 = .06)

■SPSS では Cox and Snell 及び Nagelkerke の手法による R 値が算出されるためこれらの値とは一致はしない R 値が得られるが、いずれにしてもモデルの適合度及び効果量を示していると考えてよい

■最後に、Exp (B) のオッズ比についてであるが、これは Intervention が与えられない場合のオッズ比と与えられた場合のオッズ比を算出し、最終的に Intervention を独立変数に加えたことによるオッズ比の変化を計算して得られた値である

■まず Intervention が与えられない場合のオッズ比は式 8.12 によって算出することができ、$X = 0$、$b_0 = -0.288$、$b_1 = 1.229$ (Output 8.5 から) とした場合、式 8.15 のようになる

■次に Intervention が与えられた場合のオッズ比も X = 1 とすることで同様の算出が可能であり、式 8.16 のようになる
■これらの Intervention が与えられた場合のオッズ比を Intervention が与えられない場合のオッズ比で割ることによって算出が可能であり、式 8.17 のようになる (Output 8.5 の値と一致する)
■式 8.17 のオッズ比が示すのは、Intervention を与えられたケースはそうでないケースよりも従属変数が 1 になる (i.e., Cured である) 確率が 3.41 倍高いということである
→オッズ比が 1 より大きければ独立変数の値が大きくなることで確率が高くなる、逆にオッズ比が 1 よりも小さければ独立変数の数が大きくなることで確率が低くなると解釈する
■このオッズ比については SPSS でその 95%信頼区間を算出することができ、この信頼区間が 1 をまたいでいるということはオッズ比が 1 を取り得る可能性があることを示すため、独立変数の値が変化したとしてもオッズ比及び確率が変化しないことを示す (今回は 1 をまたいでいない)
■Output 8.6 はステップワイズで投入された独立変数を取り除くもしくは加えることの影響を示している
■上の表は現在までに投入されている独立変数を取り除いた場合の影響力を示しているが、今回は Intervention を取り除くことによってモデルの-2LL が 9.926 増加しそれが 5%水準で有意であることから、この変数の除去は好ましくないことがわかる
■それに対して下の表は新たに独立変数をモデルに加えることの影響力を示しているが、今回は Overall の有意確率が 5%水準を超えており (i.e., 各変数の水準も 5%水準を超えている)、新たな変数を投入しても-2LL は有意に減少しないことが示されていると言える
■次に Output 8.7 (p. 290) では各ケースが予測された値 (0 or 1) を取ったそれぞれの場合について、実際の従属変数の値がどの値を取っていたのかを示すプロット図である
■今回の例では半分より右側が cured 、左側が not cured の場合を示し、それぞれの場合において実際に各ケースはどのような従属変数の値を取っていたか (C = cured、N = not cured) を示しており、適切に予測できたケースとそうでないケースの割合を示すことができる (何も変数が投入されていない場合には正しく予測できたケースは 50%になるはずである)
■さらにこのプロット図は従属変数がどのような値を取った場合に適切な予測が行われやすかったかを示すことができる (e.g., 今回は cured のケースよりも not cured の場合に適切な予測ができていない)

8.6.3 Listing predicted probabilities
■SPSS では分析結果に基づいて、ケースごとの従属変数の確率を示すことが可能であり、Output 8.8 のような分析結果に加えてデータ中にも変数として作成することができる
■今回は 2 値変数である独立変数 1 つからのモデルを立てているため、ケースごとの確率についても 2 パターン (Intervention = 1 or 0) の値が算出される
■各ケースの確率については式 8.4 に基づいた式 8.15 及び式 8.16 における確率の値と一致する
■これらの確率は従属変数が 1 をとる (i.e., cured になる) 確率を示しており、Intervention が 0 の場合と 1 の場合とでそれぞれ 43%と 72%になっていることがわかる
■これらを含めた全ての結論として、Intervention の有無のみが cured の確率の向上に貢献しており、duration 及び Intervention x duration の交互作用は確率の向上に貢献していないことがわかった
8.6.4 Interpreting residuals

■分析結果は概ね良好な値が得られてはいるが、得られたモデルが良いものかを確認するために残差について確認をしておいた方がよい

■残差を確認する目的としては (1) モデルへの適合度が低いケースを見つける (2) モデルへの余分な影響を与えているケースを見つける ことである

■(1) についてはスチューデント化残差、標準化残差及び逸脱した統計量を、(2) については Cook の距離、DFBeta 及びてこ比によって確認をすることができる

■これらの指標については線形回帰分析の場合と同様なので詳細な説明は 7.6 に譲るが、概要としては Table 8.2 (p. 293) の通りである

■これらの指標に該当したケースが見つかった場合にはすぐそれらの変数を外れ値として処理するべきではなく、それらのケースのデータを詳細に見直す必要がある。その上で適切な理由があれば外れ値として処理してもよいと考えられる

8.6.5 Calculating the effect size

■各独立変数の効果量の指標としては Wald 統計量に基づいた r 値を使うことができるが、Wald 値は不安定な場合があるために、できればオッズ比を用いる方がより適切であろうと考えられる (see 18.5.5)

8.7 How to report logistic regression

■ロジスティック回帰にて報告する事項は分野によって異なる可能性はあるが、基本的には線形回帰分析と同様にベータ値、標準誤差、有意確率、R 二乗値、モデルの適合度、オッズ比及び 95%信頼区間等は記載をしてあった方が良いと考えられる (see Table 8.3)

8.8 Testing assumptions: another example

■ロジスティック回帰分析における前提を確認するため、以下の別の例による分析を行う

[従属変数]

Scored：ペナルティーキックで得点できるか (二値)

[独立変数]

PSWQ：各選手がペナルティーキックの成功をどの程度気にかけているか (量的)

Previous：今までにペナルティーキックを成功させた割合 (量的)

Anxious：ペナルティーキックを蹴る直前にどの程度不安を感じているか (量的)

8.8.1 Testing for linearity of the logit

■前提で述べたように分析に使用する変数が対数曲線を形成しているかを確認する (線形性) 必要があり、それぞれの独立変数とその対数値の交互作用項を用いてロジスティック回帰分析を行う必要がある (各変数の対数は SPSS の[変換]から行うことが可能である)

■前の分析例と同様の手順で交互作用項を独立変数として投入を行い、PSWQ、Previous、Anxious、PSWQ x Ln (PSWQ)、Previous x LN (Previous)、Anxious x LN (Anxious) の 6 つを独立変数とし、Scored を従属変数としたロジスティック回帰分析を行う

■Output 8.9 の中で交互作用項が予測に有意に貢献している場合には、各独立変数が対数曲線を形成して

いないために問題があると考えられるが、今回はいずれも有意でないので問題は生じていないようだ

8.8.2 Testing for multicollinearity

■線形回帰分析と同様に多重共線性は重要な前提であるが、SPSS におけるロジスティック回帰分析の場合は線形回帰分析のようにオプションにて出力を行うことができない

■そのため、同じ従属変数と独立変数を用いた線形回帰分析を行うことで出力させることが勧められる

■Output 8.10 には多重共線性に関わる表が出力されているが、まず上の VIF については値が 10 以上だと問題があると考えられているのに対して Previous と Anxiety に 70 以上の値が見られている

■さらに、下の表にある多重共線性の診断においては固有値などが表示されているが、まずそれぞれの固有値間の値が大きく異なっている場合には、隣の中心化されていない直行行列の値に問題があると考えられる

■固有値の隣にある条件指標は最も大きな固有値と各固有値の割合の平方根を取った値であり、この値についても極端に大きな値があると上記と同様の理由により問題があると考えられる

■最後に各変数の分散比についてであるが、これは各独立変数の回帰係数の分散の割合をパーセンテージ化して示しており、独立変数間でこれらの従属変数を説明する割合にどの程度重なりがあるかを示している

■今回の場合、Anxiety と Previous が説明する割合の 99%が 4 つ目の次元で重なっていることから、この 2 つの変数には多重共線性が生じていると判断することができる

■多重共線性が見られた場合の対応としてはいずれかの変数を分析から除外することが必要であるが、どちらの変数を除外するかについて問題が残る

■統計学的には、変数を除外されて得られた結論は理論的にはあまり意味がないと考えられる

■そのため、対応策としては Bowerman and O' Connell (1990) のように多重共線性が生じない類似した変数を用いて分析しなおすことや、サンプルをさらに集めて多重共線性の影響が小さくさせること、または因子分析を用いて 1 つの変数にまとめることなどが挙げられる

■最も安全な方法としてはモデルの信頼性の低さを指摘してしまうことであるが、得られた結果の解釈には限界点が残ってしまう (e.g., 今回の分析で新たな変数とした Anxious は先行研究で影響があるとされた Previous とほぼ同様の変数であったため、同じように影響を与えている可能性がある。ただ、必ずしも因果関係までは保証されない。)

■ただし、いずれの方法を取るにしても多重共線性に対する対応をしっかり明記する必要がある