

第4章 分散分析 (担当: p.50~p.62)

4.1 分散分析とは

4-1-1 検定の多重性

Q. A組, B組, C組の3クラスで試験の結果は比較する場合は、各ペアでt検定を用いればよいのでしょうか???

- t検定は、平均に「差がないといえる確率」を計算して、それが5%以下だったら「5%水準で有意差がある」という。
- そこでt検定を3クラス間で繰り返すと、正しく差がないと判定する確率95%が、86%(95%×95%×95%)となり、「有意確率」が5%ではなく14%となってしまう。

→**検定の多重性による第一種の過誤**が起こる。

A. 3つ以上のグループの平均を比べたいときには「分散分析」を用いる。

4-1-2 分散分析の前提

(1) 分散分析の基本的用語の確認

- 「**従属変数**」: 「要因」から影響を受ける変数。変数ともよばれる。(テスト得点)
- 「**要因**」: 「**独立変数**」。「従属変数」に影響を与える。(ex. クラスや指導法など)
- 「**水準**」: 「要因」に設定する条件グループ。(ex. 指導法1, 2, 3)
 - ◇ 「**対応あり要因**」: 異なる「水準」に同じ被験者を割り当てた被験者内要因
同じ人を比べる (ex. 同じ人に3回リスニングをさせ、聞く回数の理解度測定)
 - ◇ 「**対応なし要因**」: 異なる「水準」ごとに異なる被験者を割り当てた被験者間要因
違う人を比べる (ex. 異なる文法指導を受けた3クラスの指導効果を測定)
- 「**混同計画**」: 「対応あり要因」と「対応なし要因」が含まれる実験計画
- 「**変動要因**」: 変動する(分散が生じる)因子。分散分析によっていくつかの「変動要因」に分けられる。

(2) 分散分析の前提

- 分散分析とはF分布を用いたパラメトリック検定である。
- パラメトリック検定とは、標本集団(比較しようとしているグループ)が代表しているもとの集団(母集団)の分布についての前提をもとにしている。

①**正規性**: 各グループが正規分布していること

② **等分散性**: 各グループの分散が等しいこと

(①・②は各グループのサンプル数が同じであれば頑健性がある)

- 分散分析で利用しやすい等分散性の検定方法

「ルビーン検定」

- ・ 対応なし要因の分析の際、グループ間の分散は互いに等しいという帰無仮説を設定する。有意確率が5%以下で、有意でないと、等分散性が成り立っている、とする。

- ・ サンプル数が大きいと有意になりやすい。サンプル数の大きいグループの分散が大きく、小さいグループの分散が小さい場合は、有意になりにくい特徴がある。

「ハートレイ検定」

- ・ 各グループの最も大きい分散を、最も小さい分散で割って求める方法。

■ 等分散が棄却された場合の対処法

「ウェルチの検定」・「ブラウンフォーサイスの検定」:

SPSS の 1 元配置分散分析のみで指定でき、修正された F 値が算出される。

「対数変換」: データを変換して歪みをやわらげる。

「ノンパラメトリック検定」: サンプル数が少ない、外れ値を削除したくない、などの場合、ノンパラメトリック検定に変更する。

③ 観測地の独立性: 異なった被験者のデータが独立していないと、第一種の過誤が起こる可能性が高くなる。

④ 球面性: 対応あり要因の場合、同じ被験者に対して実験を繰り返すため、水準間の差の分析が等しいという前提条件を満たす必要がある。

「モークリーの球面性検定」: 対応あり分散分析で算出され、結果が有意であれば球面性が成り立っていないと判断する。グリーンハウス・ガイザーかホイン・フェルトの、自由度で調整した F 値とその有意確率を参照する。

4-1-3 分散分析の実験計画

(1) 分散分析のデザイン

「1 元配置分散分析」: 要因の数が一つ。(ex. 3 クラスに対して異なった文法指導を実施: 対応なし要因)

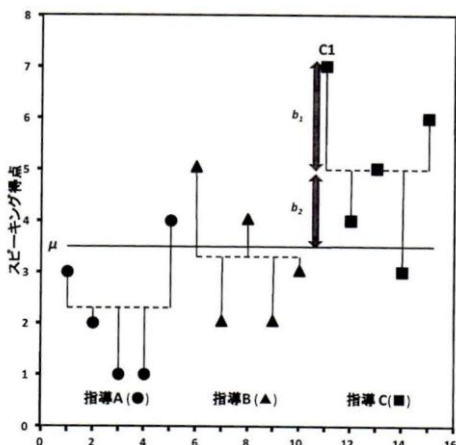
「2 元配置分散分析」: 要因の数が二つ。(ex. 熟達度で分けた 3 クラスに 3 回リスニングをさせ、理解度を測定: 対応なし・対応あり要因)

分散分析は、データの全分散 (全平方和: SS_{Total}) を、いくつかの変動要因に分割して分析する検定法である。要因が増えるほど、また対応あり要因を含むほど変動要因が大きくなる。(p.53, 表 4.2 参照)

(2) 分散分析の仕組み

帰無仮説:

「異なった指導法を受けたグループ間のスピーキング得点は等しい」



- ・ グループの平均は全体の平均からずれている
→ 何らかの指導効果によって生じた
- ・ 個々の生徒の得点のばらつき
→ 「被験者内またはグループ内変動」で誤差として扱われる。

1. 平方和
- 平方和(sum of squares: SS): 各データと平均の差の 2 乗を足した値で、平均からの変動を表す。

図 4.2 データのプロット図 (Field [2009] をもとに作成)

式：全体の平方和(SS_{Total})=被験者間の平方和(SS_A) + 被験者内の平方和($SS_{s/A}$)

■ 平均平方(mean square : MS) : 平方和をそれぞれの自由度(df)で割った値

表 4.4 対応なしの一元配置分散分析

変動要因 (Source)	平方和 (SS)	自由度 (df)	平均平方 (MS)	F 値 (F)	有意確率 (p)
グループ間 (要因 A) (Between Subjects)	20.133 (SS_A)	2 ($df_A = k - 1$)	10.067 ($MS_A = SS_A / df_A$)	5.119 ($MS_A / MS_{s/A}$)	.025
グループ内 (誤差 s/A) (Within-subjects)	23.600 ($SS_{s/A}$)	12 ($df_{s/A} = N - k$)	1.967 ($MS_{s/A} = SS_{s/A} / df_{s/A}$)		
合計 (Total)	43.733 (SS_{Total})	14 ($df_{Total} = N - 1$)			

注. k : 水準数, N = 全サンプルサイズ

2. F値

- 効果によって変動した被験者間の分散 (要因 A の主効果の分散) が被験者内分散(誤差分散)の何倍大きいかわかるという分散の比。
- F値が 1 より小さいと誤差分散の方が大きいことを意味し、有意になることはない。

(3) データの並べ方

- 対応なし要因 (異なる被験者) のデータは縦に並べ、対応あり要因 (同一被験者) は横に並べる。

被験者	指導法 (要因A)	スピーキング (変量)	
1	指導法1 (水準A1)	↓	
⋮			
5			
6			指導法2 (水準A2)
⋮			
10			
11	指導法3 (水準A3)		
⋮			
15			

図 4.3 デザイン A : 対応なし

被験者	期末テスト(要因P)		
	1学期 (水準P1)	2学期 (水準P2)	3学期 (水準P3)
1	↓	↓	↓
2			
3			
4			
⋮			
15			

図 4.4 デザイン P : 対応あり

(4) デザインの決定

- ① 要因の決定 : 検証したい効果、対象とする要因を決定する。要因数が増えるほどサンプル数が必要となり解釈も複雑になるため、3 要因までに留めておくことが望ましい。
- ② 水準数の決定 : 要因内に比較したい条件グループを設置する。
- ③ 被験者間・被験者内計画の決定 :
 - 同一被験者の時系列的データ : 被験者内 (対応あり・繰り返し) 要因
 - 異なる被験者からのデータ ; 被験者間 (対応なし・繰り返しなし) 要因
 - 「対応あり」・「対応なし」 要因を混ぜた混合計画
- ④ サンプルサイズの決定 :
 1. 水準あたりのサンプルサイズ小さいと (5 以下など)、検定力が低く有意な結果になりにくくなる。
 - ・サンプルサイズが大きすぎる場合、わずかな差でも有意になることがある。

→結果が有意であっても効果量・生データをみて「意味のある差」であるかを見極める必要がある。

2. 要因・水準が多いと、多くのサンプルが必要になる。
3. 各グループのサンプルサイズをそろえることが大切である。

4-1-4 事前比較と事後比較

分散分析で、有意確率が有意でも、どの水準間に有意差があるのか特定することはできない。

(ex. 指導法 A,B,C の分散分析結果が有意であった→A-B, A-C, B-C, どの指導法間に有意差があるのか?)

事前比較：仮説が存在し、比較する水準をあらかじめ決めて行う比較

事後比較・多重比較：仮説がないためすべての水準間の組み合わせの差を検証していく。→よく使用される

「多重比較検定の種類」

- 多重比較では、第一種の過誤を避けるため、「全体の有意水準」が5%になるように調整されている。
- よく使われるものとして、チューキーの HSD、ボンフェローニ、シェフェ、ゲイムズ・ハウエルなどがある。それぞれ短所、長所がある。

「チューキーの HSD」：等分散の仮定が満たされている場合、推奨される。

「ゲイムズ・ハウエル」：等分散の仮定が満たされていない場合、推奨される。

<参考文献>

石村貞夫(1998). 『SPSS のよる分散分析と多重比較の手順[第3版]』東京図書

前田啓朗・山森光陽・磯田貴道・廣森友人(2004). 『英語教師のためのデータ分析入門』大修書店