

第3章 t検定 (2変数間の平均の差の分析)

§3-1 統計的検定

- ・母集団から無作為抽出した標本を確率論の立場から分析し、仮説検証を行うこと。
- ・パラメトリック検定 (母集団の特性を規定する母数 (パラメータ) に特定の分布の仮定を設ける検定)、t検定、分散分布など本書での解説の中心。
- ・ノンパラメトリック検定 (正規分布をなしておらず母数が決められていないデータに対して用いる手法) カイ2乗検定、フィッシャーの正確確率検定など。

3-1-1 統計的検定の手順

(1) 仮説の設定

- ・対立仮説

例「異なった教授法で指導を受けたグループAとグループBの英語力に差がある」

- ・帰無仮説

例「グループAとグループBの英語力に差がない。」

- ・グループAとグループBは同じ母集団から抽出したもの。

(2) 有意水準の決定

- ・帰無仮説を棄却して対立仮説を採択するかどうかの基準 (通常5% ($\alpha = .05$)、1%に設定されることも。)

(3) 検定統計量の有意確率にもとづく仮説の採否

- ・データから求めた有意確率 (データ分析によって得られた統計値が偶然起こる確率) (p値) を前もって設定した有意水準と照合する。

・求めた有意確率が有意水準5%より低い場合は偶然起こるような差ではないと判断、帰無仮説を棄却し対立仮説を採択 (何らかの理由で特性の異なる母集団から採取したものと解釈し $p < .05$ や $p = .03$ などと示す)

・有意確率が5%より高い場合は2群の平均差は偶然起こる確率の範囲内の差であると判断し、帰無仮説を採択する。(有意差がなかった)

3-1-2 統計的検定における過誤と問題点

(1) 統計的検定における過誤

・有意水準5%という設定は対立仮説と帰無仮説に差がないのに差があると判断してしまう (第一種の過誤) を5%含むことを意味している。

・水準を低く設定すると有意があるのに有意性がないと判断してしまう第二の過誤を犯す危険性

- ・サンプルサイズを適切なサイズに求めておく (Rなどのソフトウェアで) とよい。

(2) 有意性検定の問題点

・純粋な無作為抽出は無理 (サンプリングによって結果が変動)、信頼区間 (第2章 2-2-5) を明示すべき。

- ・サンプルサイズにも大きく左右される (小さいと検定力不足で第二種の過誤の危険性が

高まり、大きすぎると少しの差でも有意になる)。サンプルサイズに左右されない統計量の効果量 (§ 3-5) を合わせ求める。

3-1-3 標本分布

- ・集めた標本から目的に合った検定を行って統計量 (χ^2 値、 F 値、 t 値) を求め、その標本分布 (図 3.1) に合わせて有意確率を算出し、有意水準より小さければ帰無仮説を棄却する。(実際には SPSS などが計算してくれる)

- ・図 3.1 の標本分布はサンプルサイズが大きくなるほど標準誤差が小さくなり、母集団の真の値 (母数) に集中した分布となっている。

- ・ t 分布はサンプルサイズが大きくなるほど標準正規分布に近づく。両側 2.5% ($P < .025$) の棄却値 (帰無仮説棄却の判断) が小さくなる。

(自由度 5 の t 分布の上側 (右側) 2.5% で棄却できる t 値は 2.57、自由度 100 で 1.98、自由度が無限大で標準正規分布の z 値と同じ 1.96 より大きい数値であれば棄却できる)

- ・ χ^2 分布 (標準正規分布から抽出した標本の 2 乗値の分布) χ^2 検定などノンパラメトリック検定、因子分析、構造方程式モデリングにおけるモデルの適合度の検定などで幅広く利用されている。

- ・ F 分布は分散分析など分散比の検定に用いられる。

3-1-4 両側検定と片側検定

- ・棄却域 (有意水準) は分布の上側 (右側) と下側 (左側) の領域に設定する両側設定が一般的。(5% の棄却域を設定すると両側に 2.5% ずつ)

- ・有意差がどちらか一方にしか起こらないと予測できる時は、その片側だけに設定することもある。(方向性明らかな場合以外は両側検定が普通)

§ 3-2 t 検定とは

- ・ t 分布に照らし合わせて 2 群の平均の差を検証する場合に用いるパラメトリック検定
- ・分散も考慮して検定する。

3-2-1 t 検定の実験計画と前提

(1) t 検定の基本用語

- ・対応ありと対応なしの 2 種類の実験計画

- ・対応ありは同一被験者に異なる 2 つの条件 (回数や時間による変化) で行う。

- ・対応無しは 2 通りある。

1. 異なる性質をもった被験者に同じ条件を与え、グループ間を比較する。

2. 同一性質をもった 2 群、即ち実験群 (何らかの条件を与えるグループ) と統制群 (条件を与えないグループで、実験群に与えた効果を見るために設置) に振り分ける。

- ・独立変数は、被験者を分ける条件や原因となる変数 (実験群と統制群、男女など)

- ・従属変数は、独立変数の条件をもとに集めたデータを扱った変数 (テスト得点、テレビ視聴時間など)

(2) t 検定を使用する前提

- ①データの種類：連続性のある間隔尺度または比率尺度の量的データであること。
- ②ランダムサンプリング：母集団からランダムにサンプリングされ、母集団を十分代表していること。
- ③正規性：サンプリングされた標本平均の分布が正規分布に従うこと。（ヒストグラムなどで確認）

※正規分布から少し外れている場合：t検定は頑健で影響を受けにくいのでそのままt検定を実施。

※正規分布から大きく外れている場合：ノンパラメトリック検定を行う（対応あり検定→ウィルコクソンの符号付順位和検定、対応なし検定→マン・ホイットニーのU検定）
対応なし検定には以下を加える。

- ④等分散性：比較する2群のデータの分散が等しいこと。

t検定ではこの点でも頑健で分析結果が歪むことはほとんどない。

その他、ルビーン検定、ウェルチの方法、コ克蘭・コックスの方法で調整する方法もある。

- ⑤観測値の独立性：異なった被験者からのデータが独立していること。

3-2-2 t検定の設定とt検定の算出

$$(式 3.1) \quad t = \frac{\text{観測された標本平均の差 } (\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\text{標本平均の差の標準誤差}}$$

(1) 対応なし t 検定 (2 群のサンプリングサイズが同じ場合)

$$(式 3.2) \quad t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} \quad (df = n_1 + n_2 - 2)$$

(2) 対応なし t 検定 (2 群のサンプルサイズが異なる場合)

$$(式 3.3) \quad ① s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \quad ② t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_p^2}{n_1} + \frac{s_p^2}{n_2}}}$$

(3) 対応あり t 検定の場合

$$(式 3.4) \quad t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s_p / \sqrt{n}} \quad (df = n - 1)$$

t 値が求められると有意水準と自由度から t 分布表に照らし合せて t 値の棄却域を求める。

t 値 > 棄却域なら帰無仮説を棄却し、2 群間には有意な差があると結論付ける。