第 6 章　分散分析の応用

§6-3　多変量分散分析

- 多変量分散分析（multivariate analysis of variance: MANOVA）は、複数の変量（従属変数）をデザインに組み込み、総合的に独立変数の条件グループの比較を行う場合に使用する。
  cf. 1 変量分散分析（univariate analysis of variance）
- 多変量分散分析では 2 つ以上の従属変数を同時に取り上げて、グループ間の平均値差を調べ、主効果や交互作用を探ることができる。

分析	独立変数	従属変数
1 変量分散分析 (1 元配置分散分析)	・クラス	・テストの得点
1 変量分散分析 (多元配置分散分析)	・熟達度 ・聞く回数	・テストの得点
多変量分散分析	・早期英語教育経験	・英語学習へのやる気 ・コミュニケーション能力 ・異文化理解への態度 ・リスニング力
	・企業の収益	・製品の品質特性 ・製造コスト

6-3-1　多変量分散分析の利点

- 多変量分散分析では、1 変量分散分析を利用することに比べて、以下のような利点がある。

(1)　従属変数が効率的に特定できる。
　従属変数を一度に分析デザインに含めることで、独立変数に影響を受けやすい従属変数を特定することが容易になる。

(2)　第 1 種の過誤を防ぐことができる。
　1 変量分散分析では有意性の検定を同一データセットで繰り返し行うため、誤差を積み上げ、結果として第 1 種の過誤（「ほんとは差がないのに誤って差がある」）を犯す確率が高くなる。多変量分散分析では、こうした結果を防ぐことができる。

(3)　球面性の前提がない。
　対応あり要因を含む 1 変量分散分析で球面性に問題がある場合に、その変量を各水準の従属変数

とみなして、多変量に切り替えて分析することも可能。

➢ 多変量分散分析が必ずしも1変量分散分析より優れているわけではない。(6-3-3 参照)

6-3-2　多変量分散分析の前提

(1)　ランダム・サンプリング
(2)　観測値の独立性

(3)　多変量正規性（multivariate normality）

- 各水準のデータの正規性および、②各要因のそれぞれの水準における複数の従属変数のデータの正規分布が前提となる。
- 正規性に対して頑健性がある。
- 外れ値に繊細。
- SPSS では、多変量正規性を調べることができない。

(4)　分散共分散行列の等質性（homogeneity of variance-covariance matrices）

- それぞれの従属変数において、各水準の分散・共分散（各々2 つの従属変数間の相関）が等しいという前提。
- 分散共分散行列の等質性の前提が満たされにくい場合
  ①　従属変数の数が多い場合
  ②　サンプルサイズの不均衡なグループを比較した場合
  ③　サンプルサイズが小さく分散が大きい場合
  ④　1 つのグループ内のデータが、従属変数の数より少し多いだけの場合

➢ Box の M 検定（Box's M Test）

- 分散共分散行列の等質性を調べる検定。
- 有意ではない → グループ間は同質であり、等質性が満たされている。
- 有意（各グループのサンプルサイズが同じ場合）→ 多変量検定法の統計量として Pillai のトレース（Pillai's Trace）、あるいは Hottelling のトレース（Hottelling's Trace: 2 水準の場合）の結果を使用できる。

6-3-3　多変量分散分析の流れ

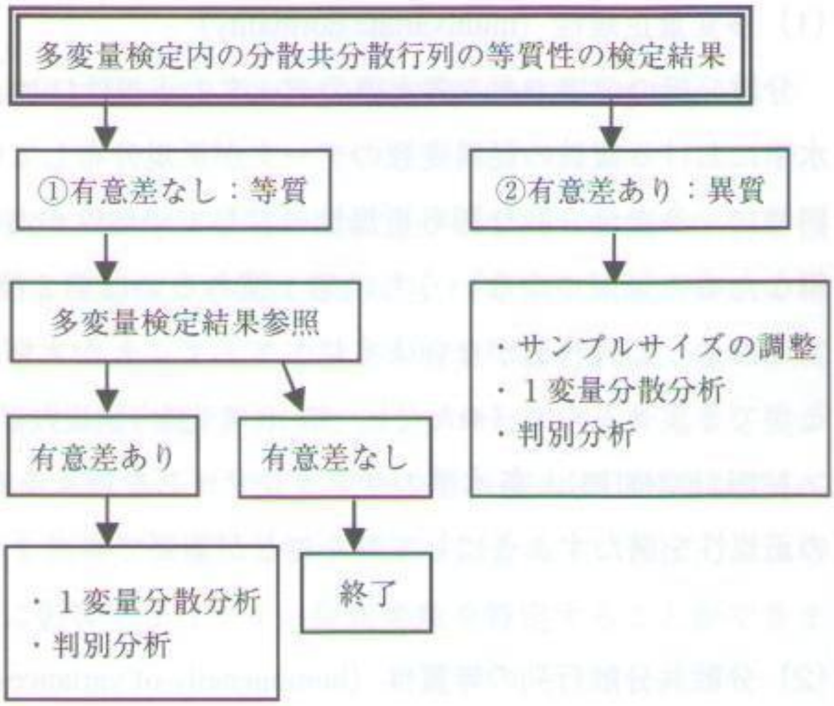

図6.14　多変量分散分析の手順
（出村ほか［2004］をもとに作成）

①について

- Box の M 検定は、多変量正規性に敏感なため、有意になりやすい。
  → 0.1%水準以下（$p < .001$）で帰無仮説が棄却されない限り、分散共分散行列は等質と判断してもよい。
- 1 変量分析では、従属変数間の相関を考慮に入れないため、最初に多変量検定を行う意義が薄れてしまう。
  → 対応なし要因が含まれる場合は、従属変数の相互作用がわかる判別分析（discriminant analysis）を行うことが薦められている。

＜判別分析＞
・統計的には多変量検定と同じ。
・独立変数のグループが分かれる従属変数あるいはその組み合わせを特定する。

6-3-4　多変量分散分析の検定と検定力

(1)　多変量分散分析の検定法

① Roy の最大根（Roy's largest root）

(グループ間の違いが 1 変量だけに見られる場合）最も検定力が高い。サンプルサイズにむらがある場合、不安定な結果をもたらす。

② Hottelling のトレース

(グループ間の違いが 1 変量だけに見られる場合) Roy の最大根に次いで 2 番目に検定力が高い。

③ Wilks のラムダ（Wilks' lambda）

(グループ間の違いが 1 変量だけに見られる場合) 3 番目に検定力が高い。

④ Pillai のトレース

比較的小さなサンプルサイズでも正規性に頑健とされる。

(2)　多変量分散分析の特徴と 1 変量分散分析との比較

- 多変量分散分析は、検定力の観点からすると、たいていの場合、1 変量分散分析よりも有意になりにくく、以下のような特徴がある。

① 従属変数間の強い負の相関、あるいはどちらの方向でもよいので中程度（|r|= .60 程度）の相関の場合はうまく機能し、かなり弱い正の相関や無相関のとき、検定力が下がる。

② かなり強い相関の場合（|r|= .90 程度以上）は、2 つ目の従属変数の分散が 1 つ目の従属変数と重なり、分析を阻害することがあるので、2 つの従属変数を合わせて主成分得点（component score）にするか、どちらか 1 つを削除して、再分析を行う必要がある。

③ サンプルサイズが小さいと検定力が下がり、分散共分散行列の等質性の前提が満たされなくなる。

④ 従属変数どうしの関係だけでなく、1 つの従属変数が独立変数から強い影響を受ける場合は検定力が強くなる。

- 慎重に多変量分散分析を行っても、Box の M 検定の結果に関わらず、従来の方法ではそれぞれの従属変数ごとに 1 変量分散分析を行っていくことになる。
- グループ間の差があることを確実に検証したい場合は、第 1 種の過誤の可能性がない状態で主張できるように、ボンフェローニの調整で有意水準を厳しくする、あるいは従属変数が有意であった場合の多重比較は、比較的有意になりにくいシェフェの検定を使うことが望ましい。

＜コメント＞

発表中に早口になったり、理解を待たずに進めていってしまったので、内容をうまく伝えることがで

きていなかったと思います。私自身も理解していないところが多いので、深く読み進めるとともに、実際に自分で集めたデータを前にこの分析を使うことができればと思います。