

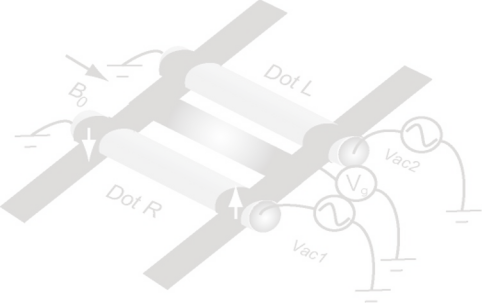
量子力学の不思議と 量子コンピューター



筑波大学 理工学群
物理学類

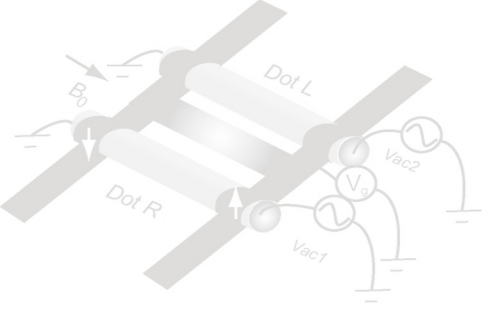
都倉康弘





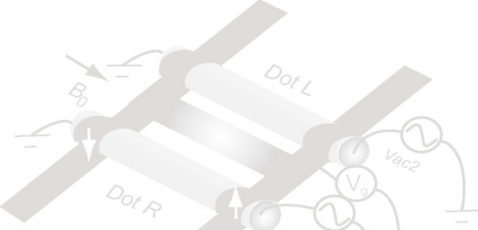
模擬授業の内容

- 難しい問題
- 量子力学の不思議
- 量子コンピューターのしくみ
- 量子コンピューター研究について
- まとめ・質疑



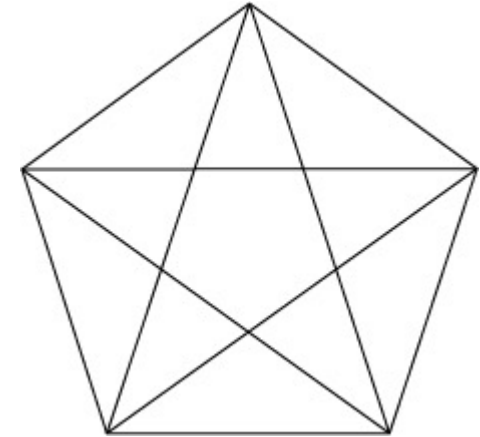
難しい問題

組み合わせ最適化問題



巡回セールスマン問題

全ての都市をちょうど一度ずつ巡り出発地に戻る巡回回路のうちで総移動コストが最小のものを求める。
都市全てを通る巡回回路を全て数え上げれば解ける。
可能な巡回回路の数は？



都市数	3	10	20	30
巡回路の総数	1	10^5	10^{16}	10^{30}

富岳コンピュータ(10^{17} Flops)を使って計算すると 10^{13} sec~32万年
都市数が増えると計算にかかる時間が非現実的になる。

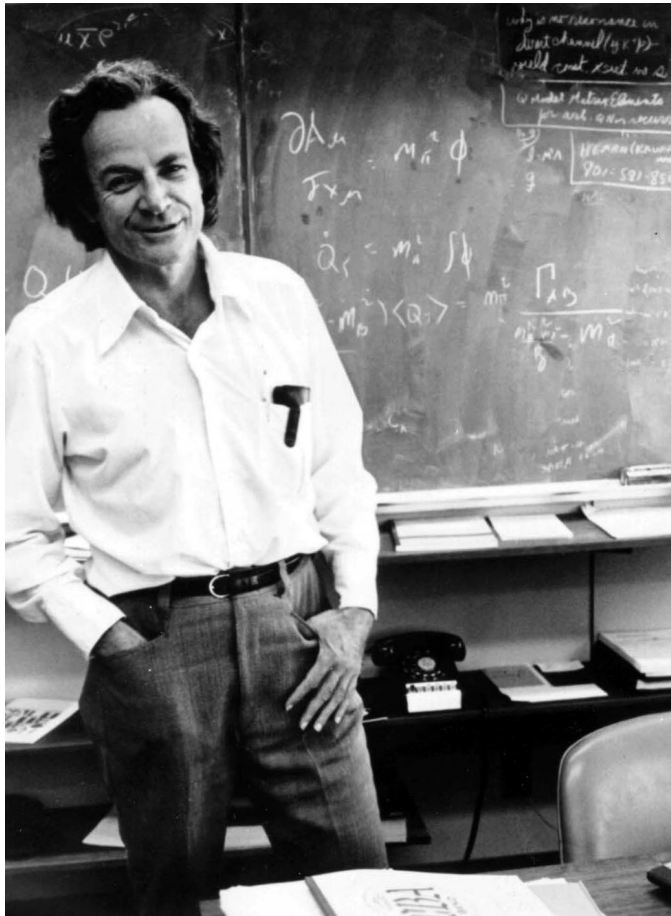
- 他にも
- 最短路問題
 - 最短ネットワーク問題
 - 長方形・多角形詰め込み問題

これらは「組み合わせ最適化問題」と呼ばれ、解くのが難しい問題とされている。

リチャード・ファインマンの夢

現代の最先端の(古典的物理法則に従う)計算機でも解くのが難しい問題

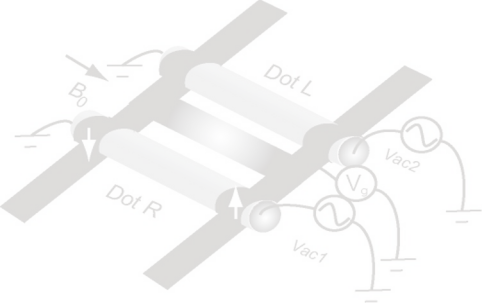
量子力学を使った計算機に可能性があるかもしれない!



A purpose-built quantum system which could simulate the physical behaviour of any other.

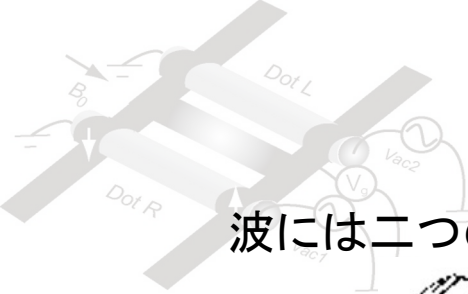
(Richard P. Feynman)

1982,1986 : 量子計算を提案

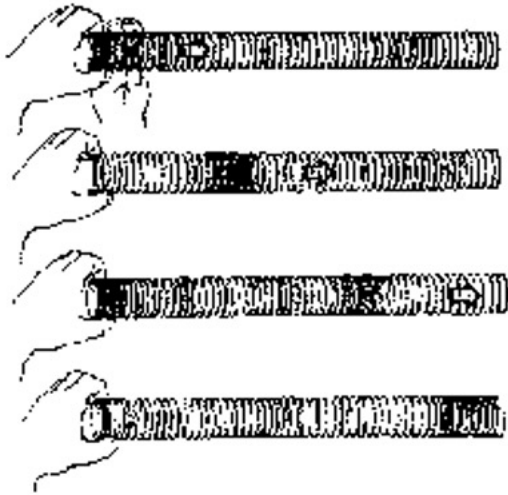


量子力学の不思議

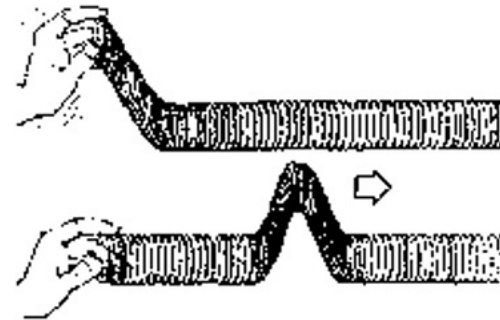
「波」について



波には二つの種類がある:



縦波: 波の進行方向に振動する



横波: 振動は進行方向と垂直

光は「波」である: Newton ring, シャボン玉の干渉...

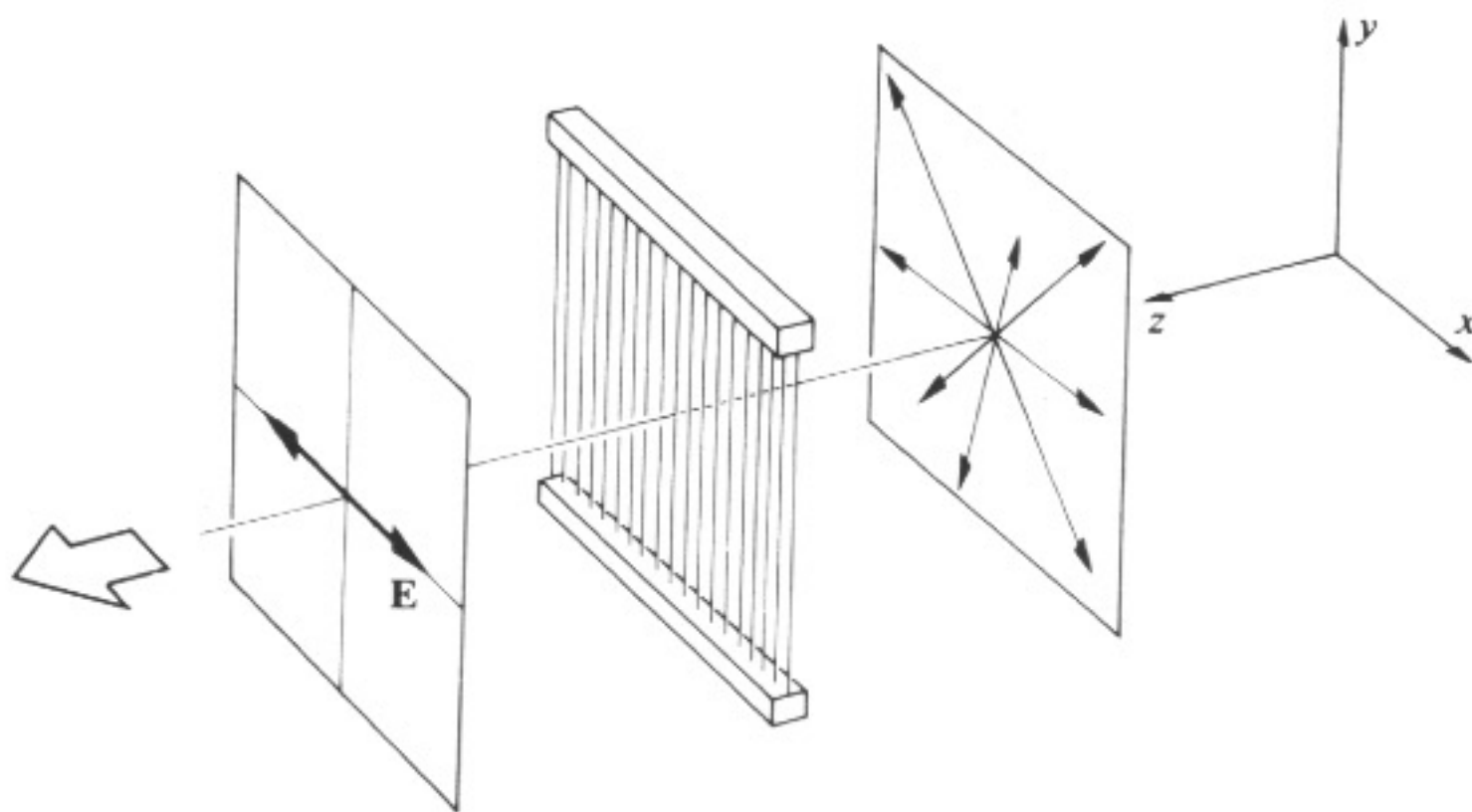
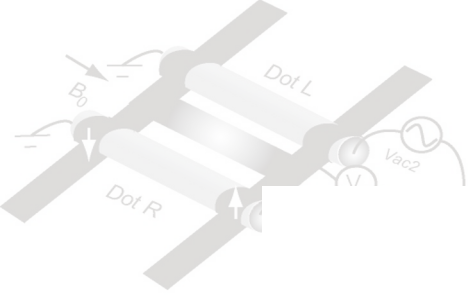
光は進行方向と垂直な方向に電場と磁場が振動している
つまり「**横波**」

電場の振動する向きを「**偏光方向**」と呼ぶ



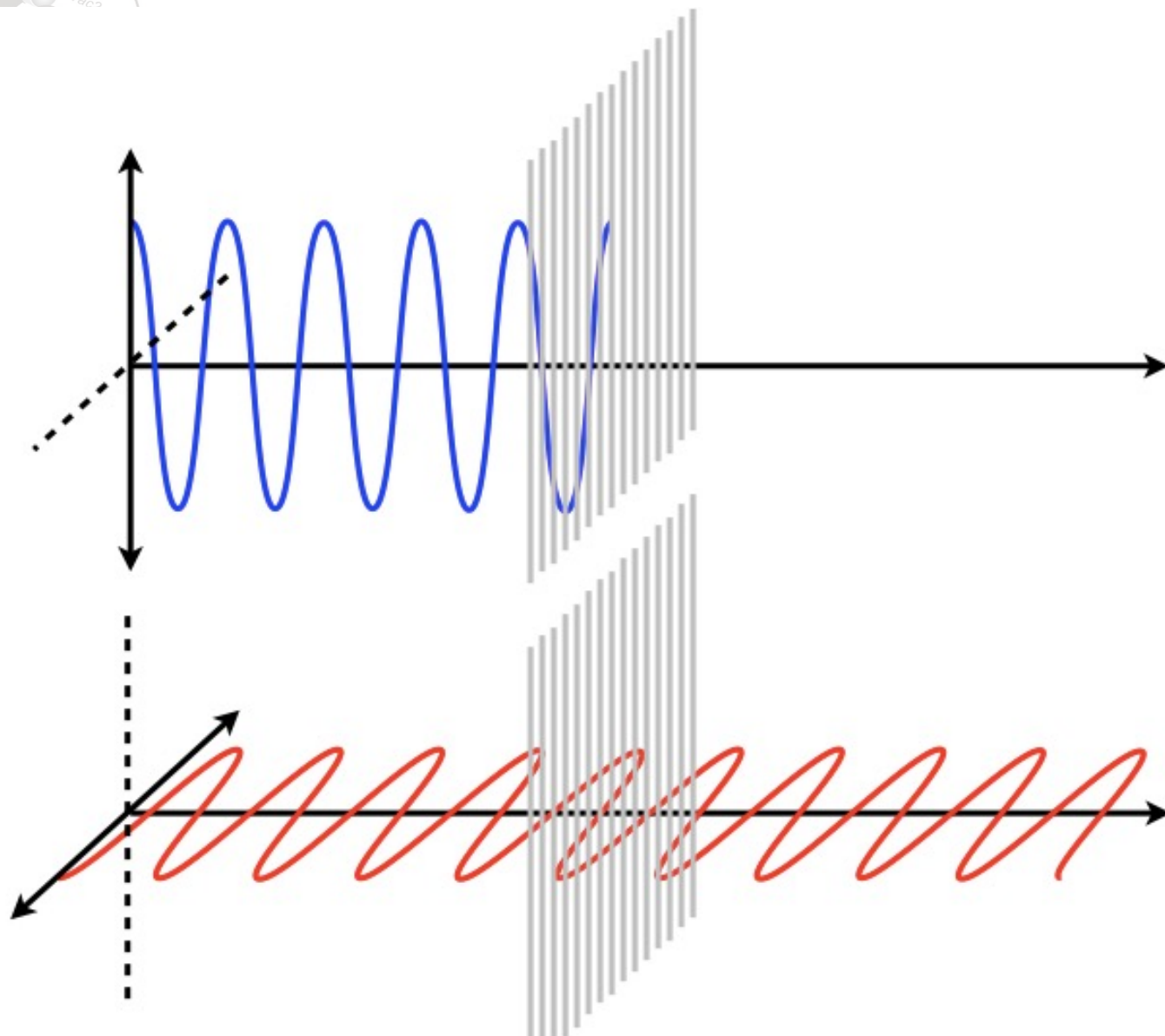
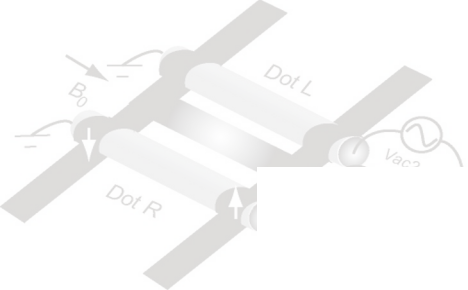
<http://ja.wikipedia.org/wiki/シャボン玉>

偏光フィルタ(偏光子)

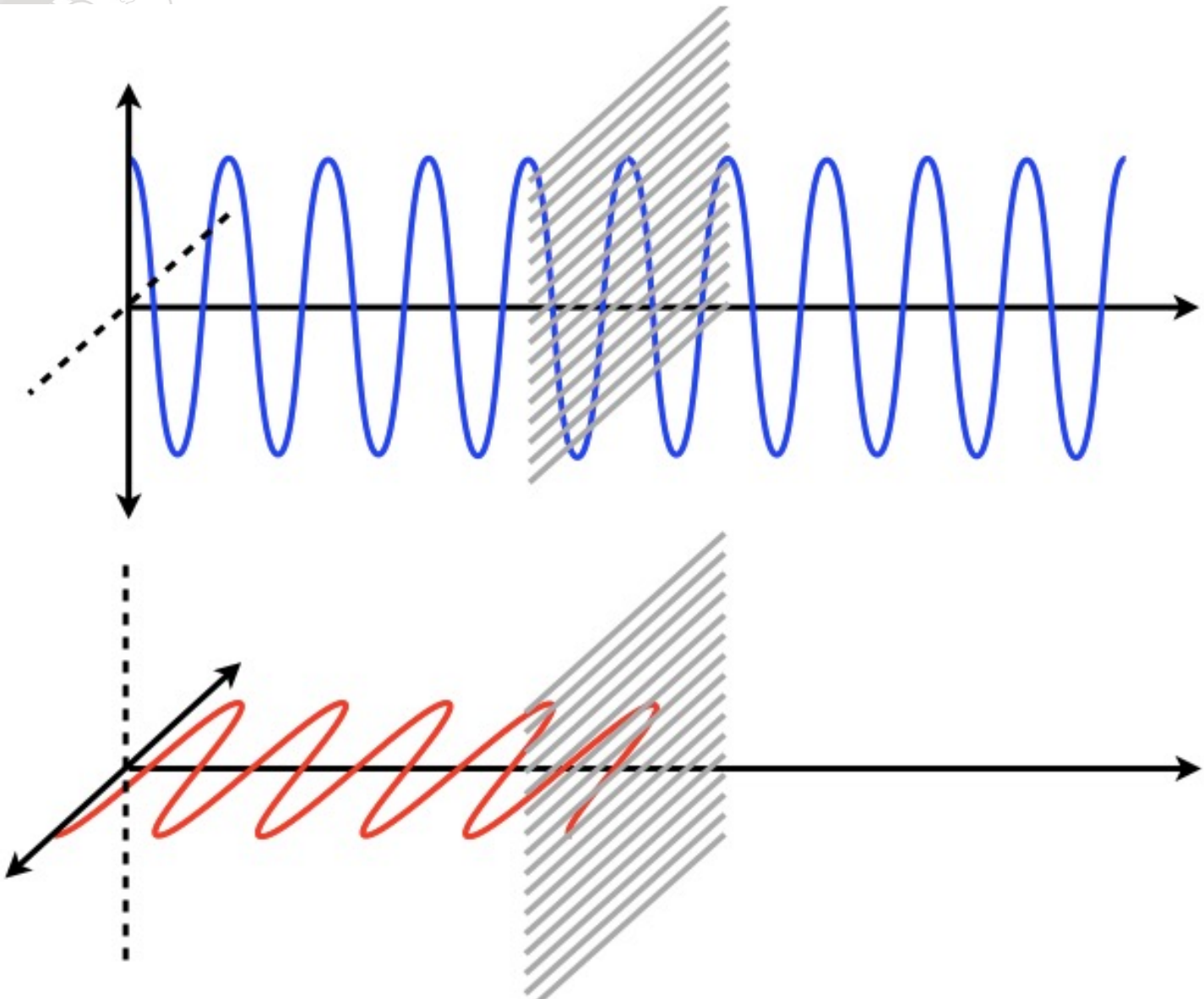
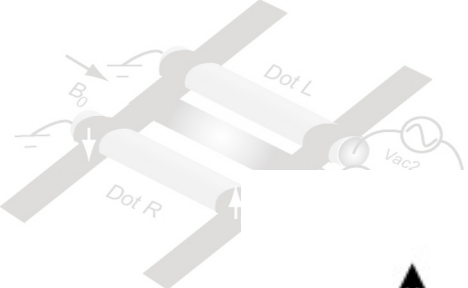


以下、電場(E)の向きを偏光状態として表します。
偏光フィルタは構造と平行方向の光のみを吸収します。

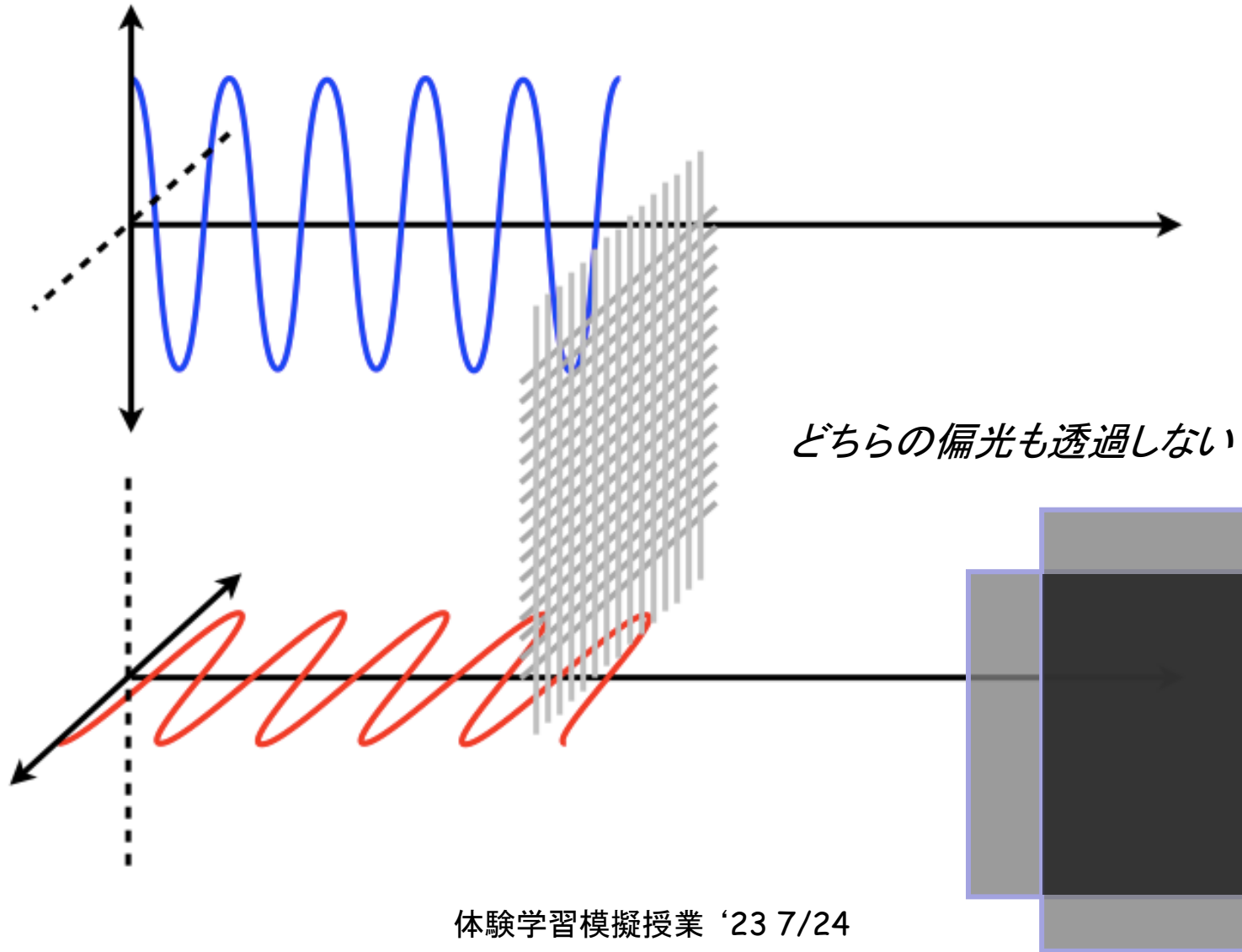
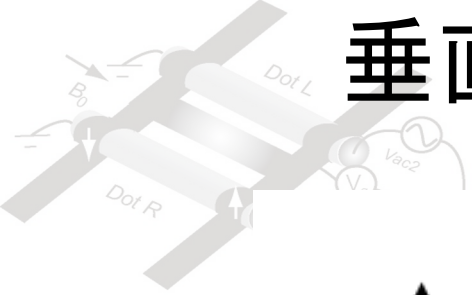
垂直配置の偏光フィルタ



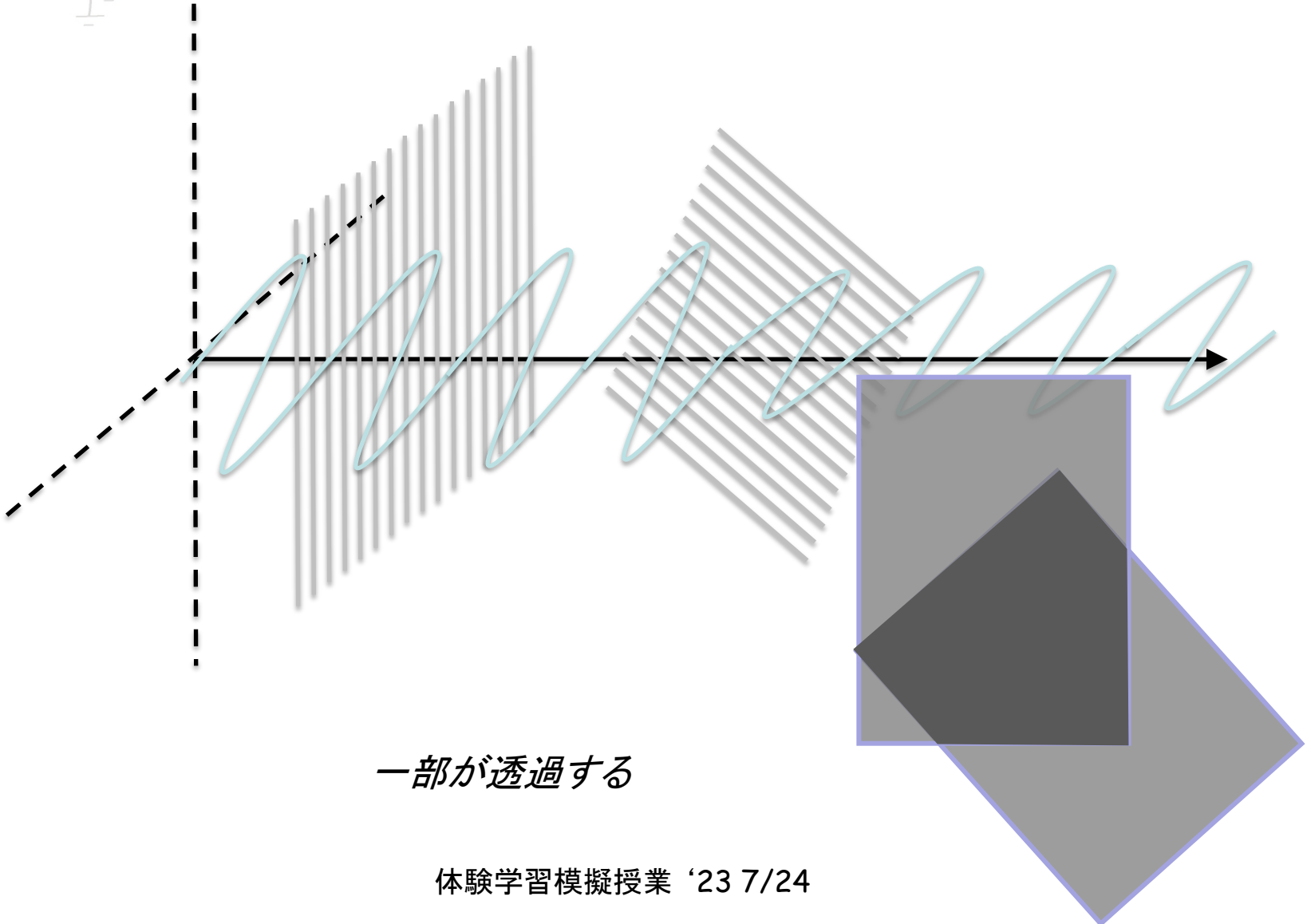
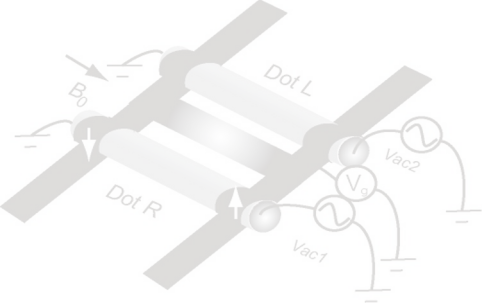
水平配置の偏光フィルタ



垂直と水平の偏光フィルタ2枚では

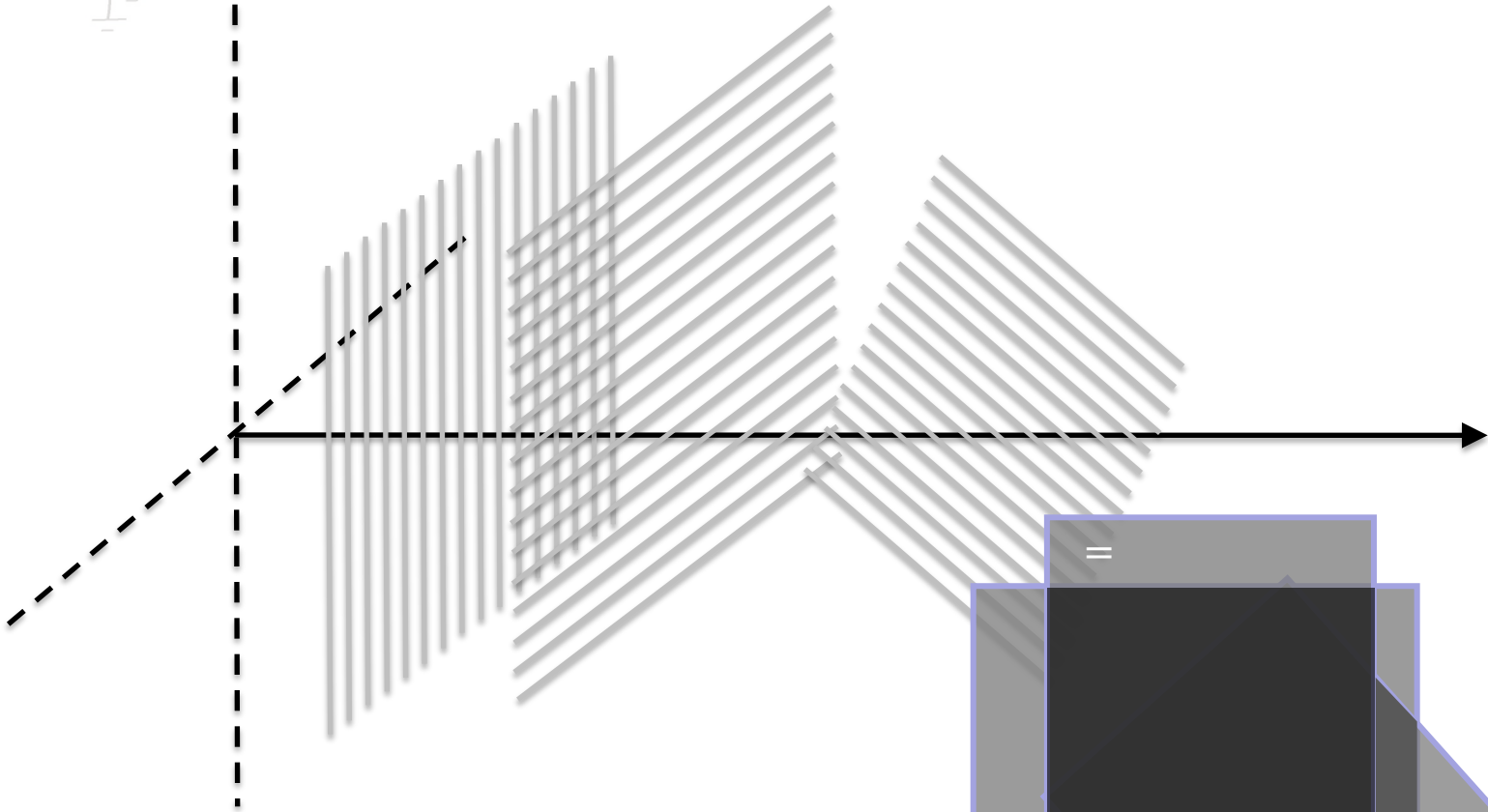
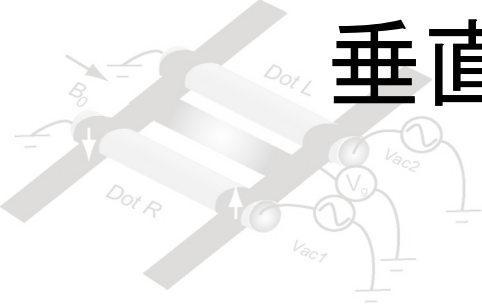


斜めの偏光フィルタでは

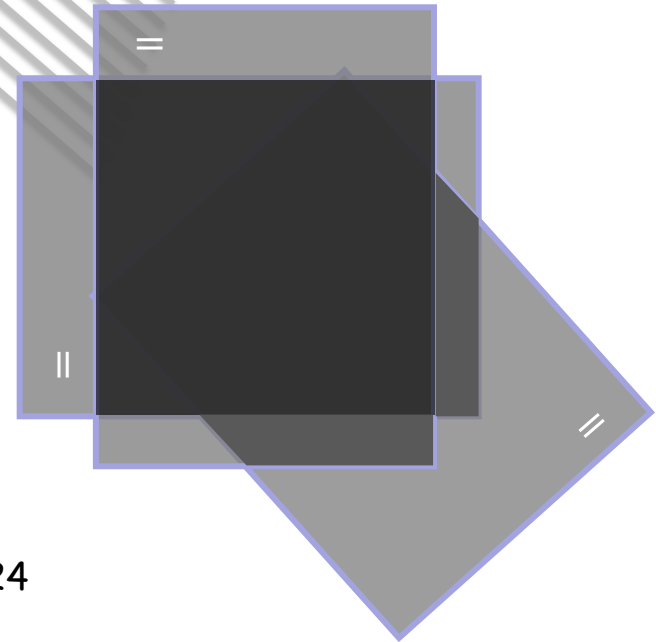


一部が透過する

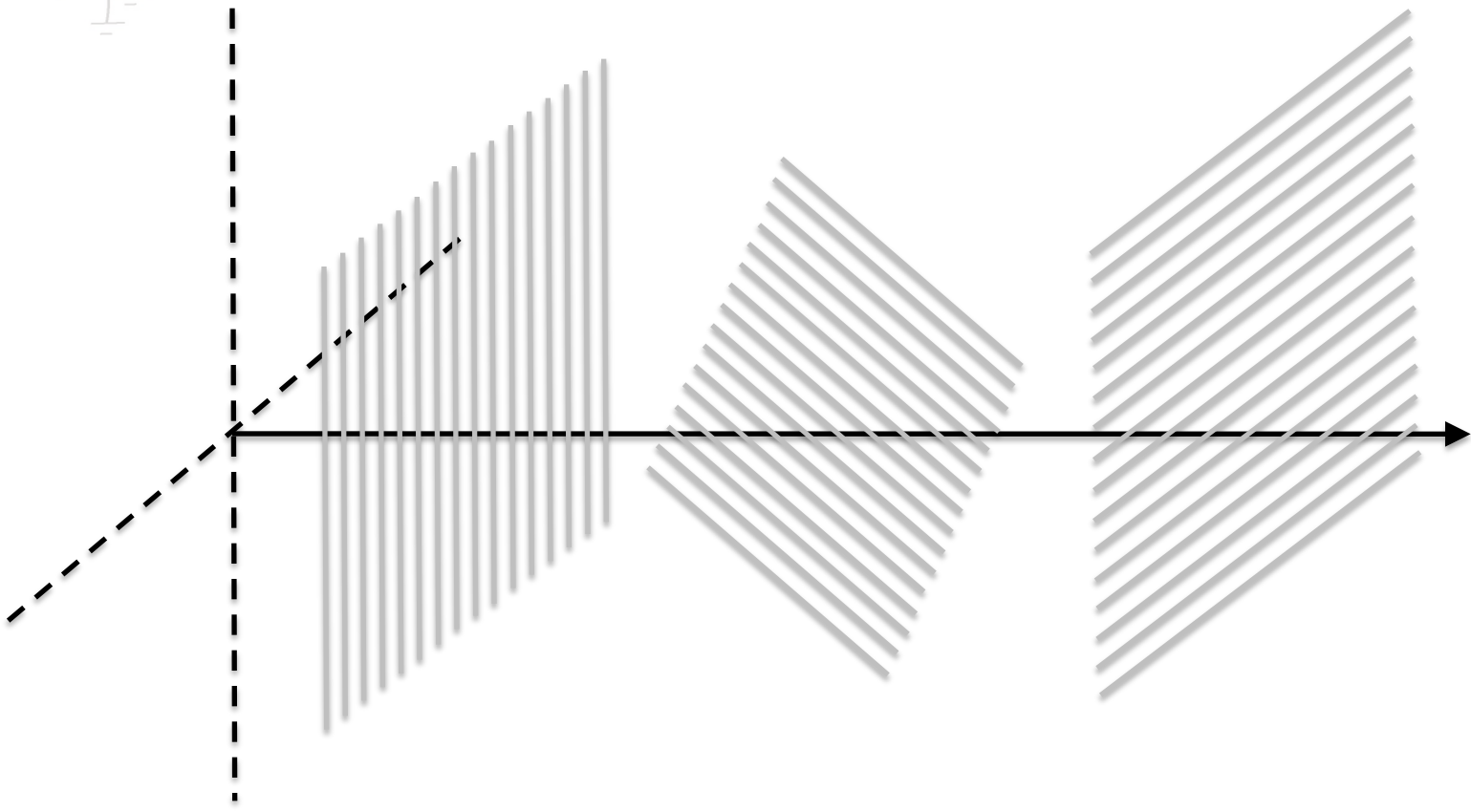
垂直・水平の後に斜めを挿入すると



どちらの偏光も透過しない

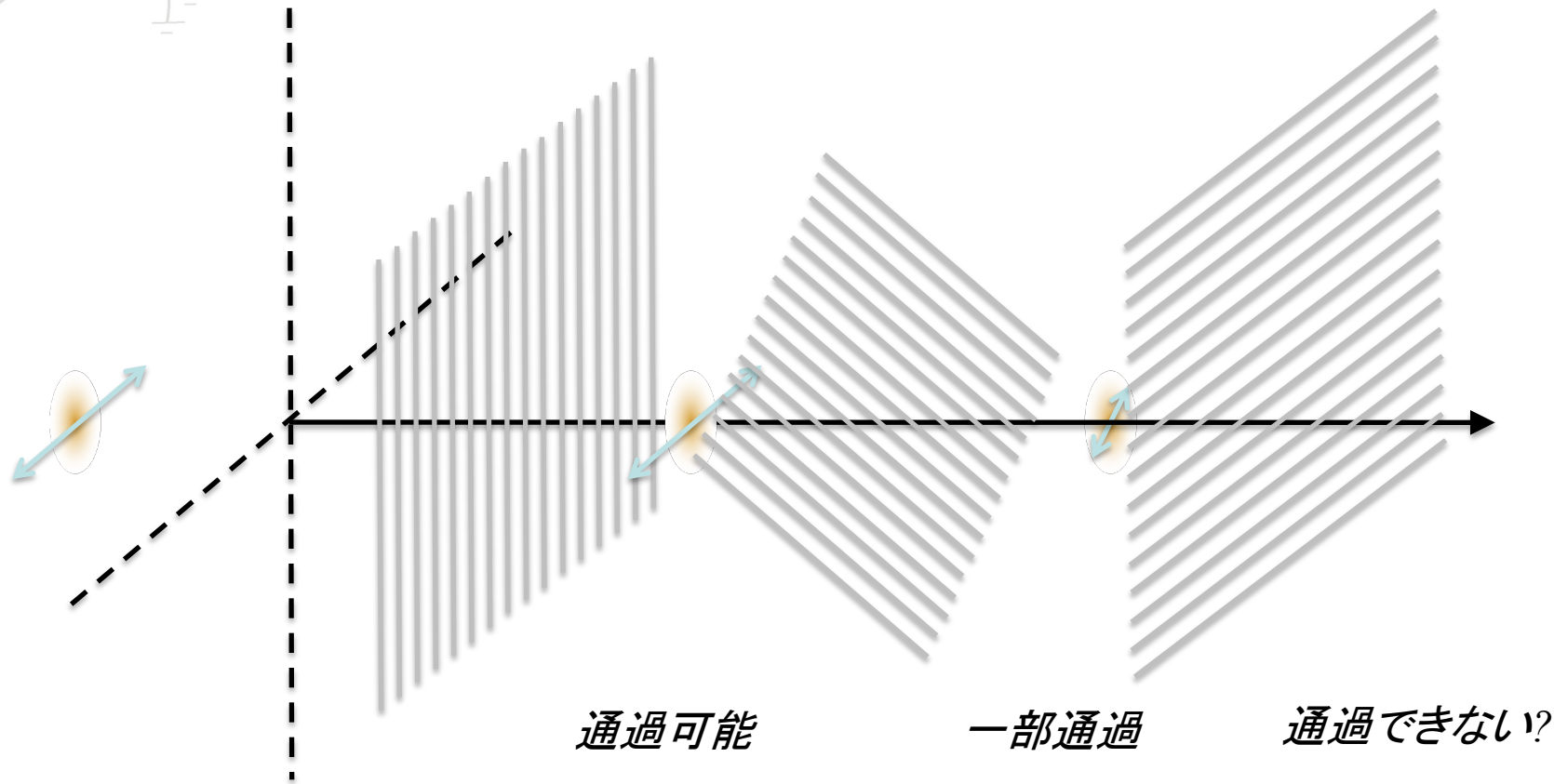
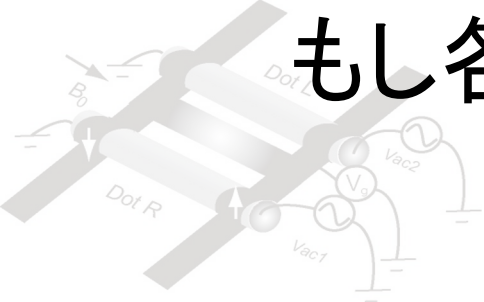


あいだに斜めの偏光フィルタを挿入すると

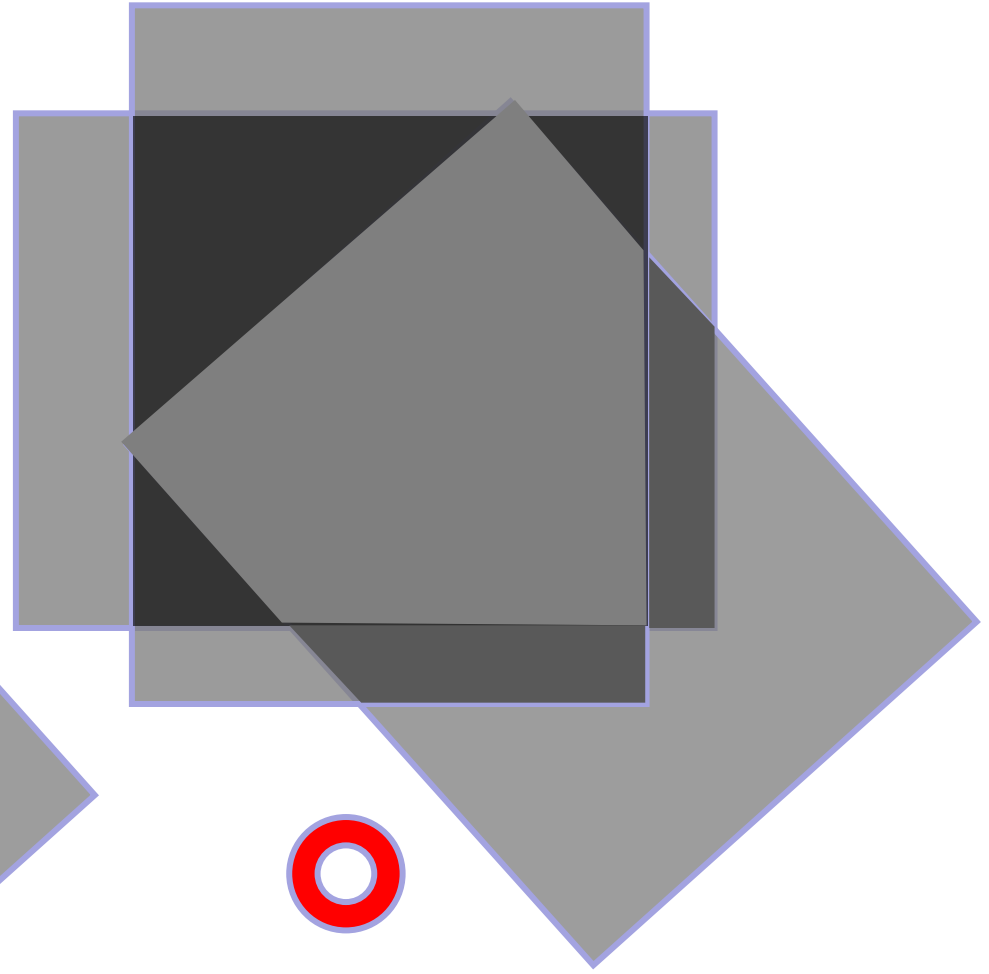
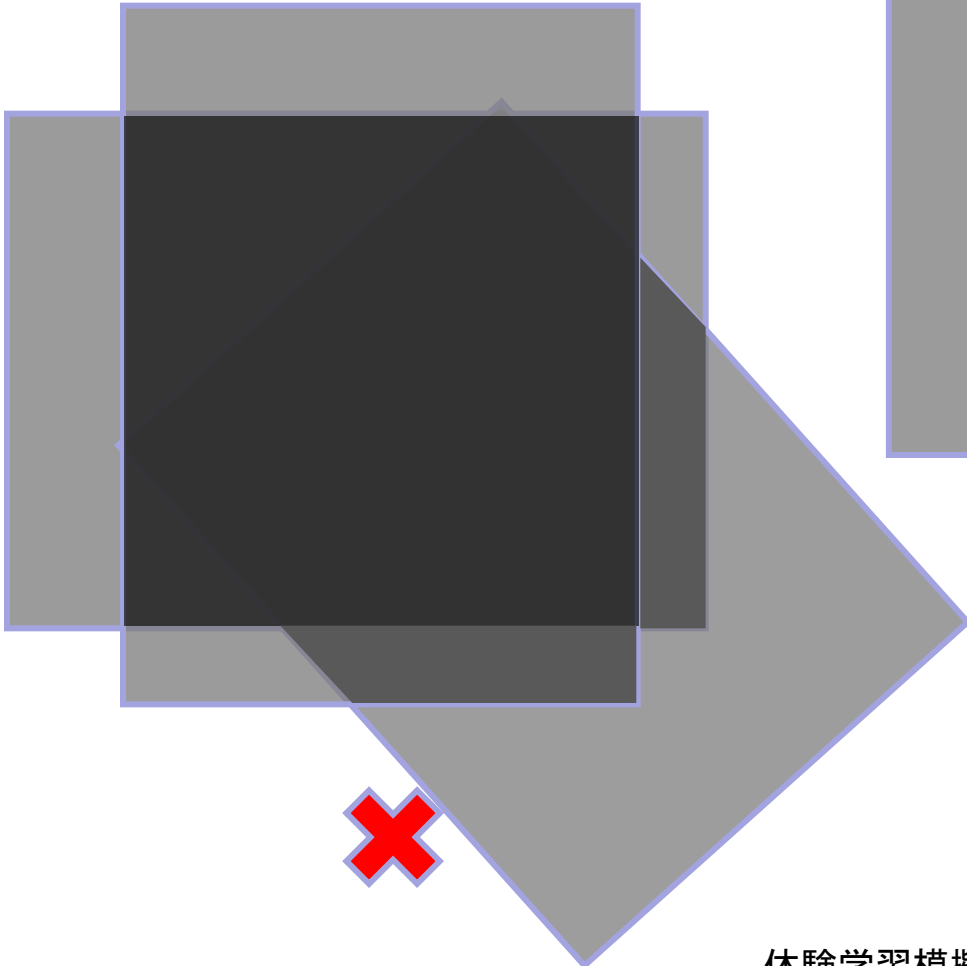
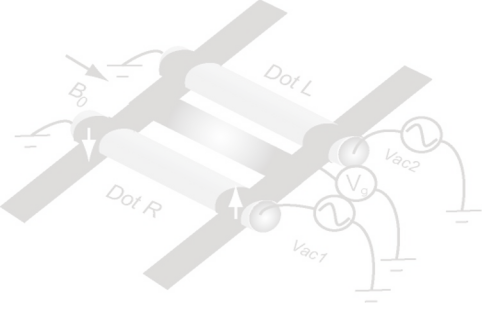


どうなるか考えてみましょう

もし各光子が「特定」の偏光を持つと..

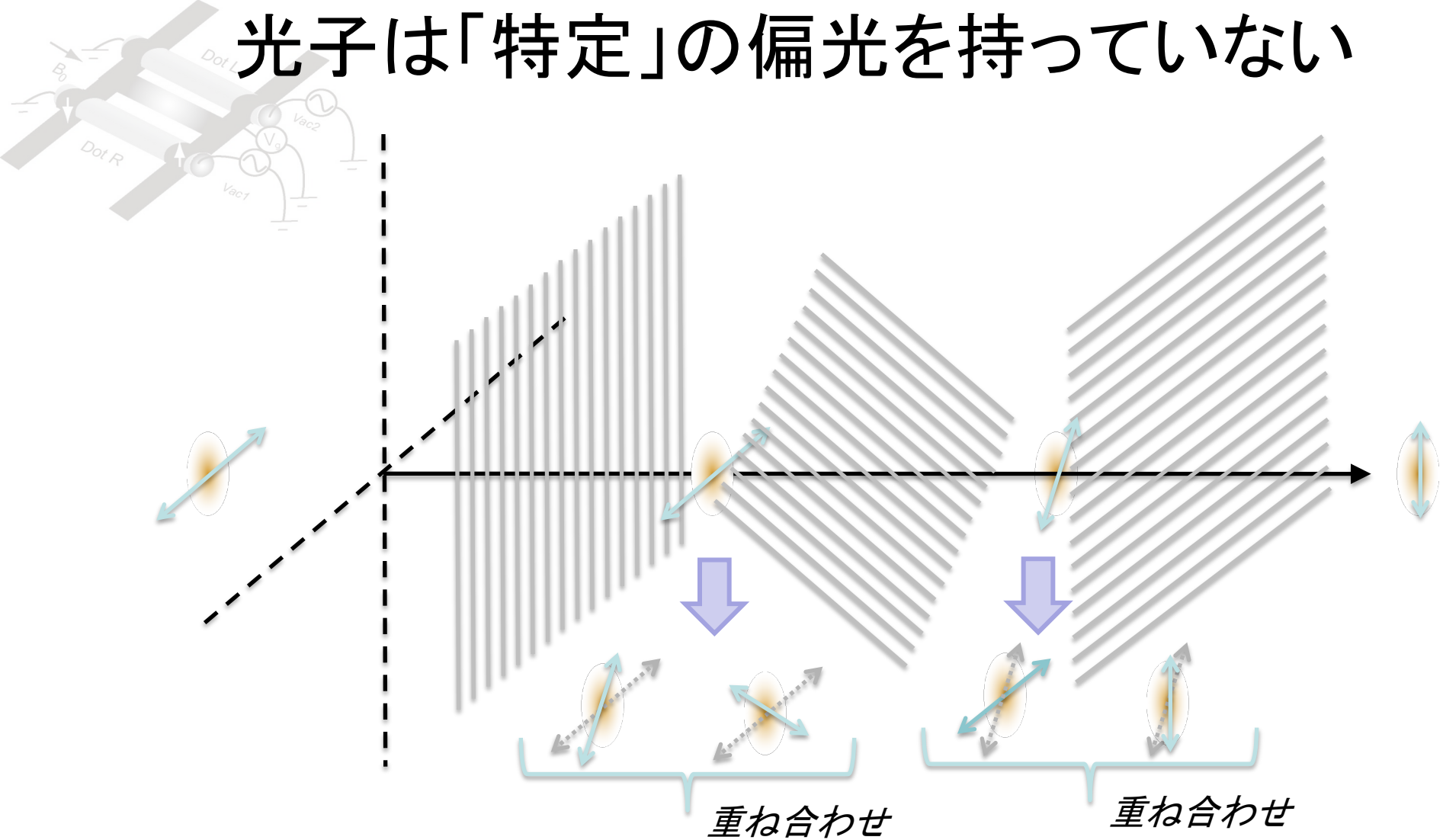


予想は？



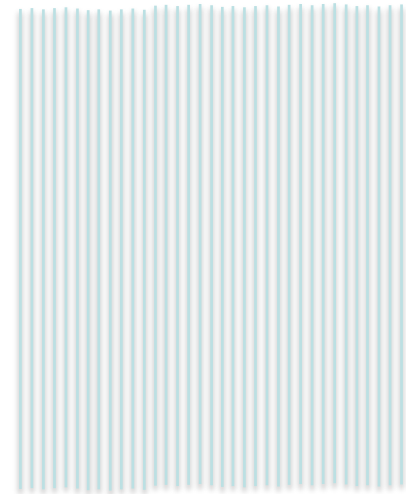
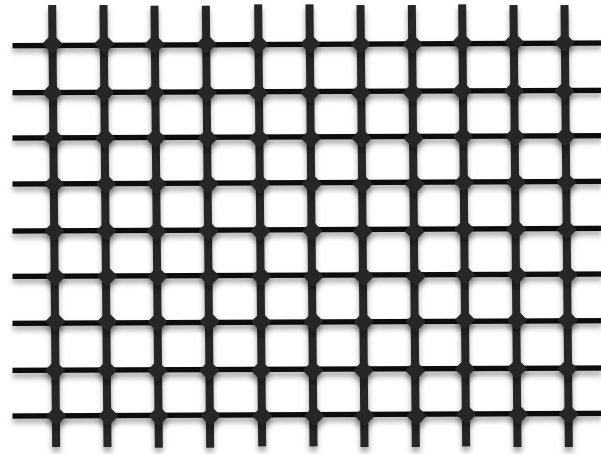
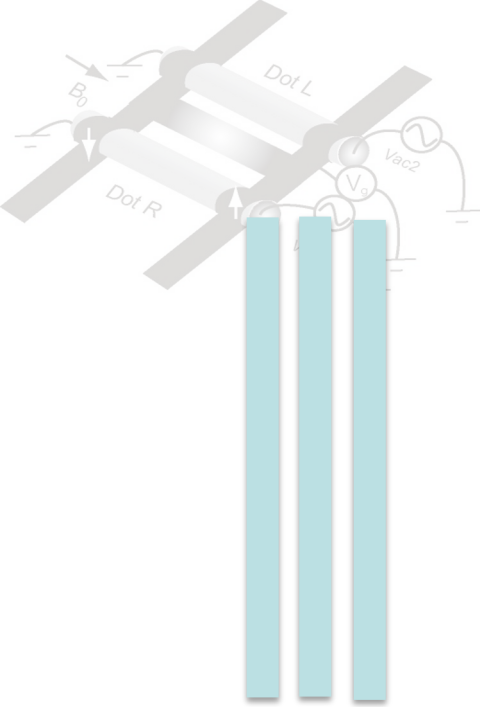
$\frac{1}{2}$ の明るさ

光子は「特定」の偏光を持っていない



量子は「観測」されるまで、「特定」の状態には居ない！
重ね合わせ状態にある

光の干渉



干渉縞を
実際に
ご覧下さい

3本のシャープペンの芯、大阪市立大工位教授提供の布、市販の一次元格子薄膜

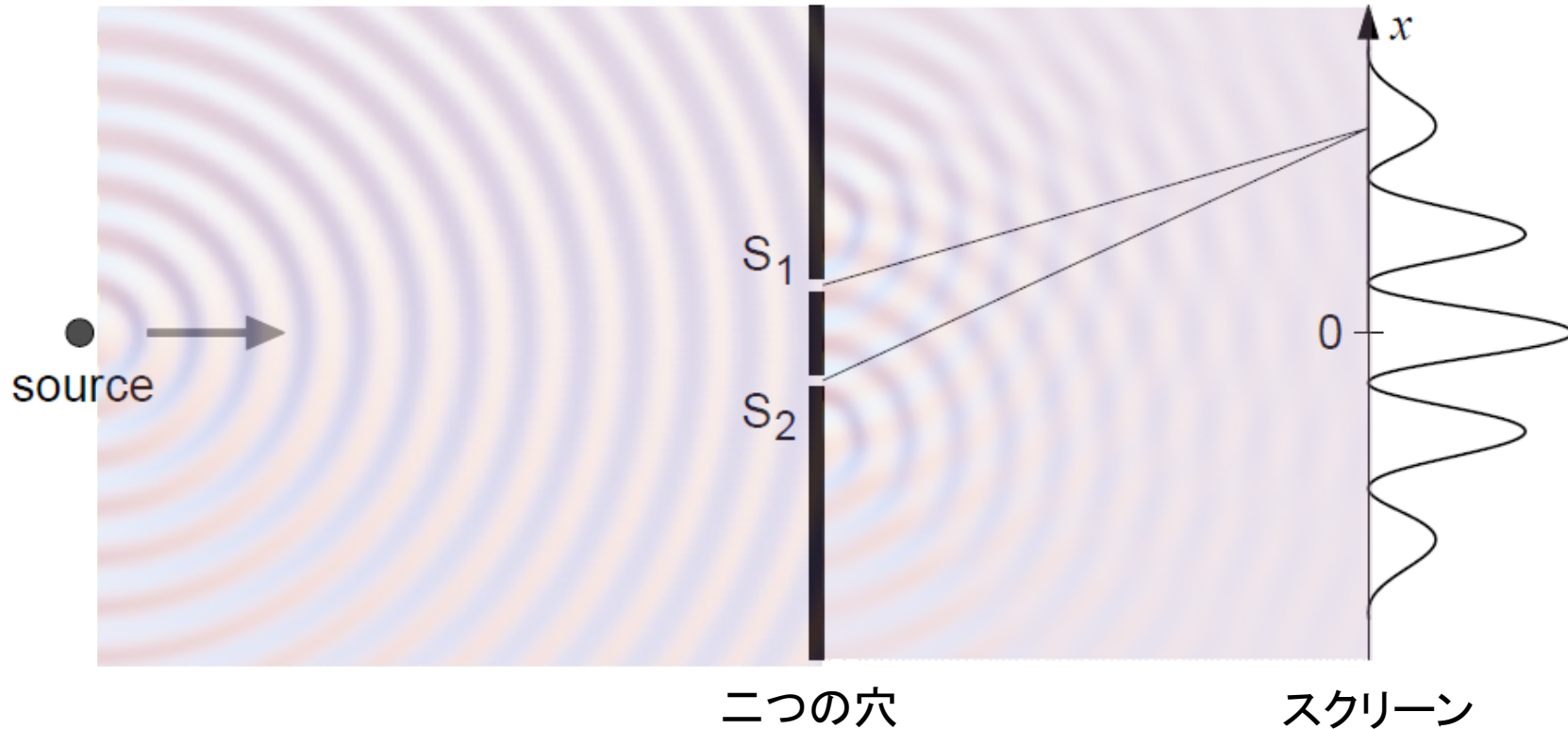
周期的な格子を
スリットにします

格子の間隔 : $500\mu\text{m} \sim 10\mu\text{m}$



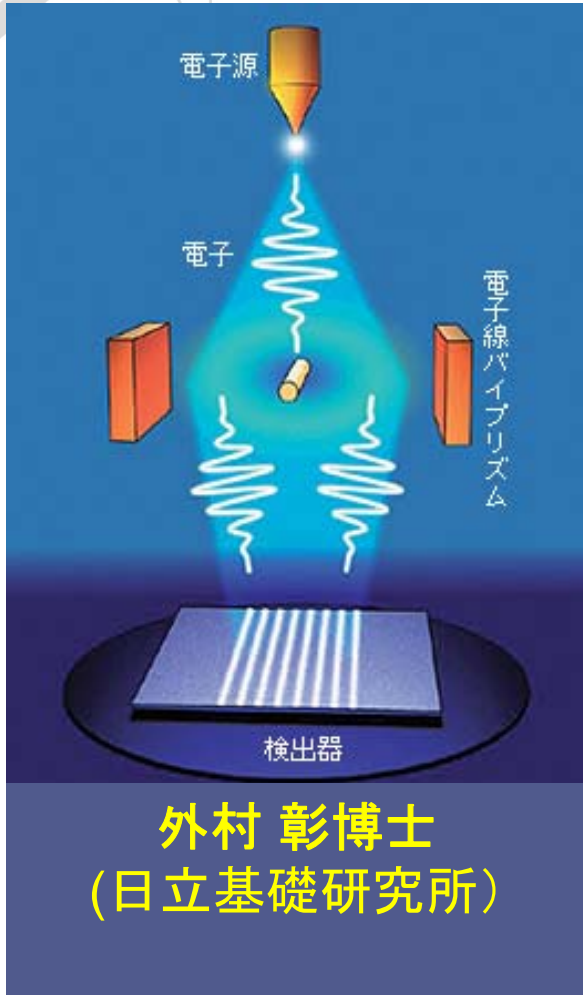
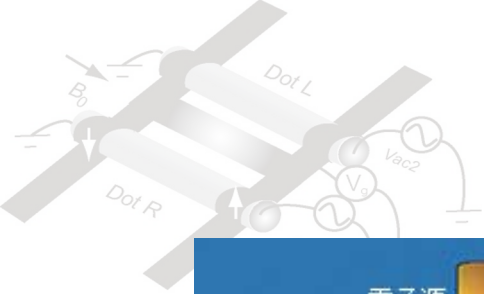
Young の干渉縞

Young の干渉実験: 波は干渉縞をつくる (X線解析や結晶のバンド構造も同じ原理)

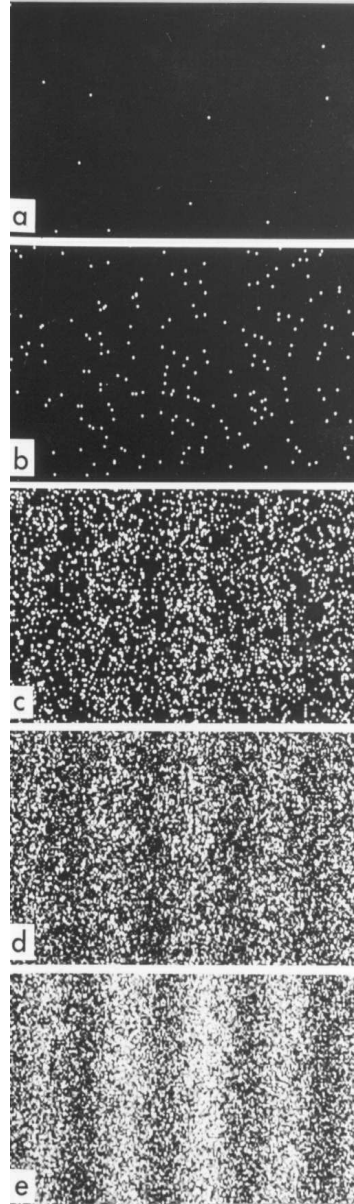


一度にたったひとつの粒子 (光子または電子) がスリットを通るような場合に
どういう振る舞いをするか?

粒子であり,かつ波である



外村 彰博士
(日立基礎研究所)



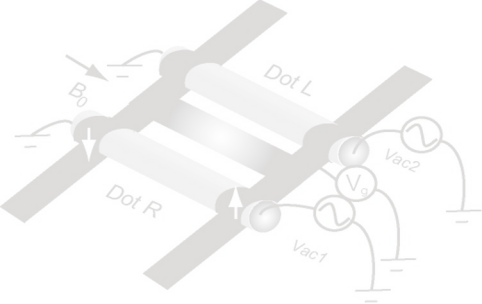
電子一つでは明らかではないが、実験を繰り返すことで干渉効果が現われる。

→ 一つの電子の取る事のできる二つの経路(確率振幅)の「重ね合わせ」と理解できる

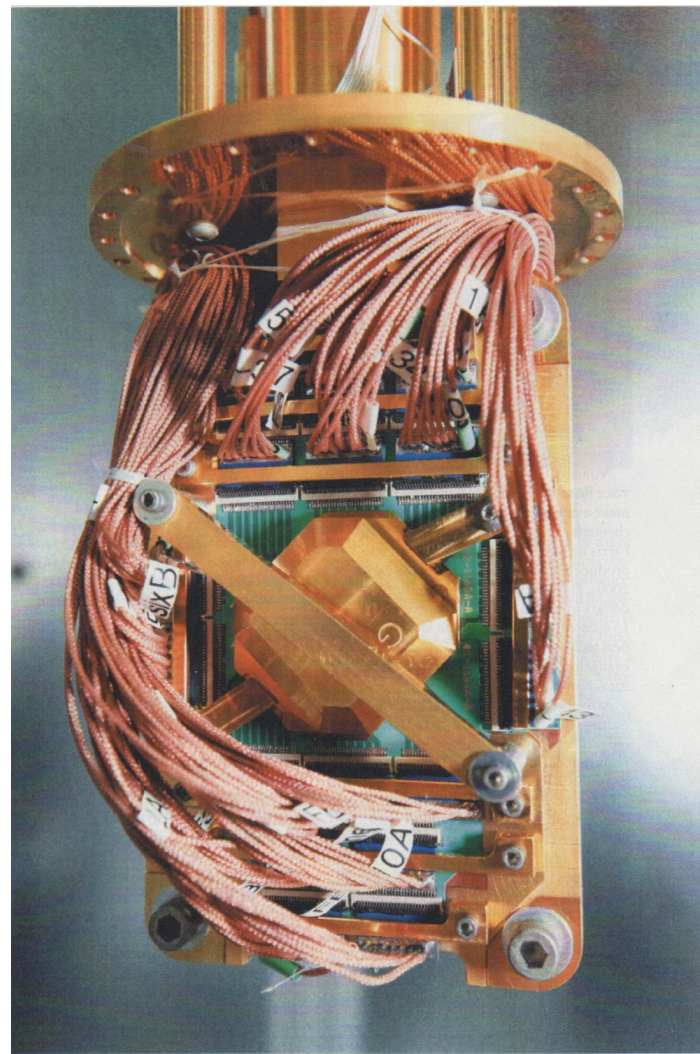
重ね合わせ



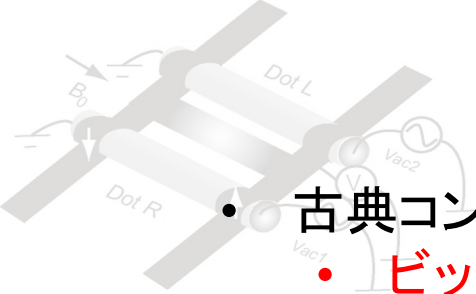
Yakir Aharonov and Daniel Rohrlich, "Quantum Paradoxes", Wiley-VCH 2nd, 2009



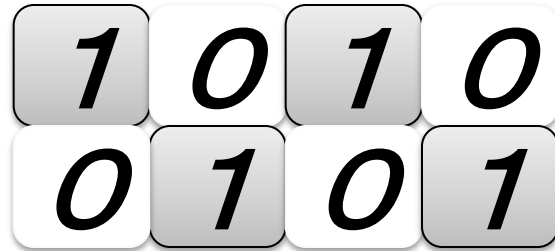
量子コンピューターのしくみ



情報の最小単位



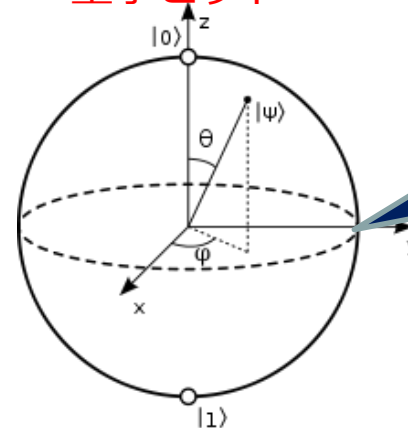
- 古典コンピュータ
 - ビット (0または1)



- 多数の計算を同時に行う
分散コンピューティング
並列計算

レジスター : n ビットで表わせるのは、 2^n 個の情報のうちの1個。

- 量子コンピュータ
 - 量子ビット



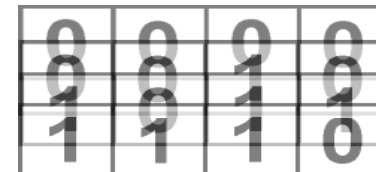
1と0が「確率的」
に重なり合わさ
っている

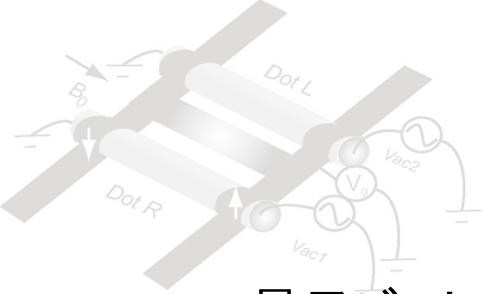
- 多数の計算を“重ねあわせて”行う
超並列計算



例えば、0が30%, 1が70%

量子レジスター : n 量子ビットで
 2^n 個の情報の組み合わせを表現
(重ね合わせ)





ブロッホ球

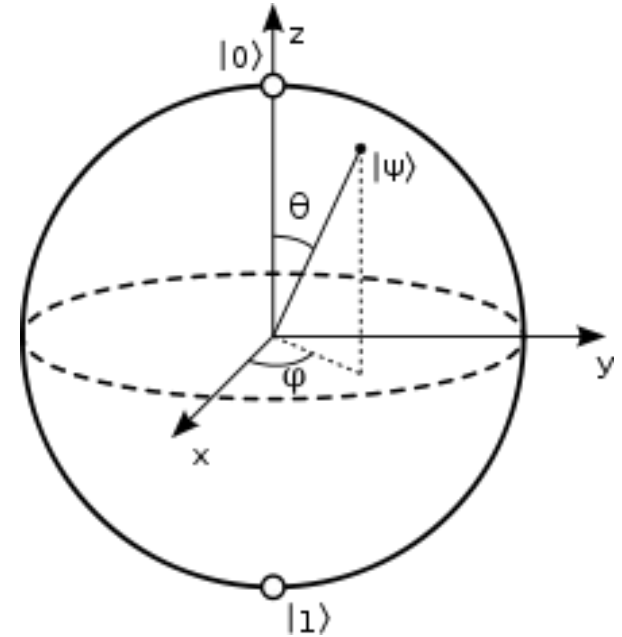
量子ビット(Qubit)は $|1\rangle$ または $|0\rangle$
 あるいは $\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$

ただし α, β は確率振幅(複素数)で
 次の規格化条件を満たす

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$$

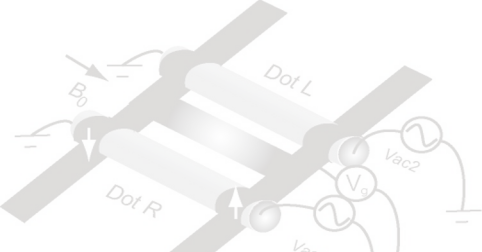
量子操作

= 単位半径の球(ブロッホ球)上の点の移動



量子測定(ボルの規則)
 = "0" が得られる確率 $|\alpha|^2$
 "1" が得られる確率 $|\beta|^2$

超並列の源：重ね合わせ



1量子ビット $C_0|0\rangle + C_1|1\rangle$



2つの入力値を同時に表わす

2量子ビット $C_0|00\rangle + C_1|10\rangle + C_2|01\rangle + C_3|11\rangle$



4つの入力値を同時に表わす



N量子ビット

$$\underbrace{2 \times 2 \times \dots \times 2}_{N\text{個}} = 2^N$$



2^N 個の入力値を同時に表わす

$N=30$



$$2^N = 10^9$$

たった30個の粒子を使えば、全世界の総人口と等しい数の入力値を同時に表わせる

$N=140$



$$2^N = 10^{42}$$

140個の粒子を使えば、地球を構成する全原子数に等しい数の入力値を同時に表せる

Shor の素因数分解アルゴリズム(1994)



現代の暗号(RSAの公開鍵暗号)
桁数(n)の多い整数の素因数分解が実効的に
不可能 $O(\exp[n^{1/3}])$ であることに立脚

$$3 \times 5 = ? \quad 15 = ?$$

1143816257578888676692357799761466120102182967212423625625618429357069352457338978
30597123563958705058989075147599290026879543541
=3490529510847650949147849619903898133417764638493387843990820577
× 32769132993266709549961988190834461413177642967992942539798288533

「素因数分解が量子計算機で極めて効率的
 $O(n^3)$ に解けることを証明」



情報流通社会に大きなインパクト

Shor の素因数分解アルゴリズムのあらまし



問題: 自然数 N を素因数分解する

N と互いに素な正数 x を選び、もし $x^r \bmod N = 1$ となる最小の数 r が計算できたとする (これが困難)

定理: r が偶数なら、 N と $x^{r/2} + 1$, $x^{r/2} - 1$ の最大公約数*が因数

*最大公約数は、Euclid 互除法で効率良く求める事ができる

例えば: $N=15$ の場合

$x=7$ を選んだとする

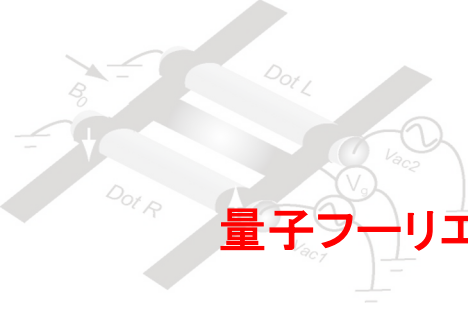
j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
7^j	1	7	49	343	2401	16807	117649	823543	5764801	40353607
$7^j \bmod 15$	1	7	4	13	1	7	4	13	1	7

周期 $4=r$

$N=15$ と $7^2+1=50$ の最大公約数 5

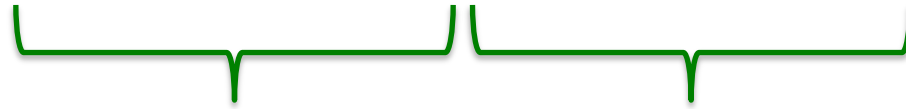
$N=15$ と $7^2-1=48$ の最大公約数 3

周期(位数)の発見



量子フーリエ変換を使うと周期 r を効率良く見つける事が可能

j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$7^j \bmod 15$	1	7	4	13	1	7	4	13	1	7	4	13
	○				○				○			



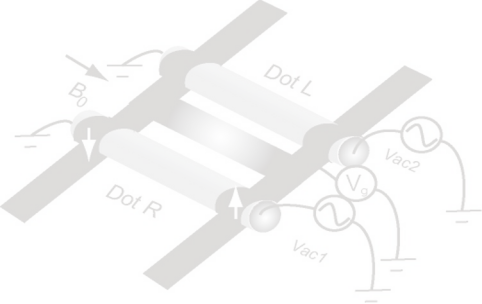
得られた量子状態を測定することにより周期 $r=4$ が高い確率で得られる

手順: $j=0\dots N$ のそれぞれについて、
 $x^j \bmod N$ を並列的に計算し、その中から周期 r を探し出す

(困難ではない)

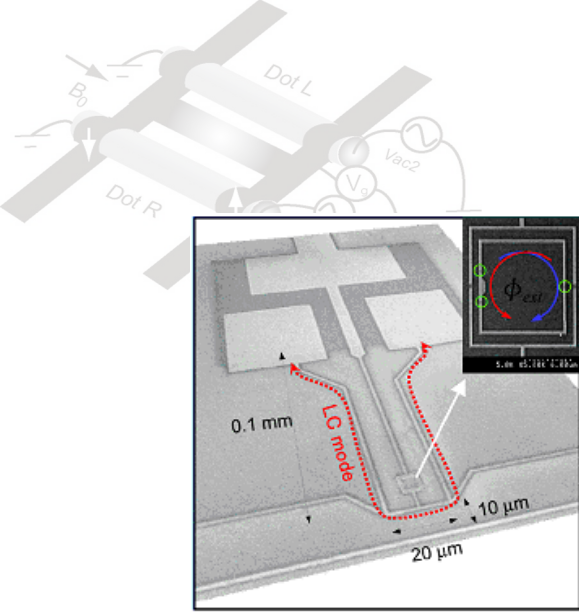


N の素因数を与える

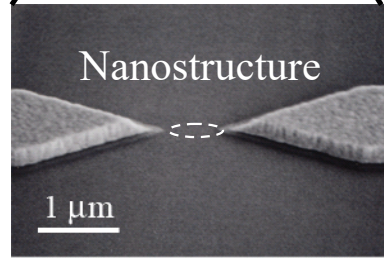
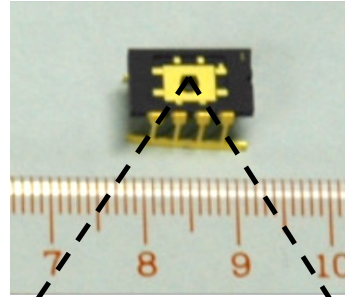


量子コンピューター研究について

量子ビットの実現

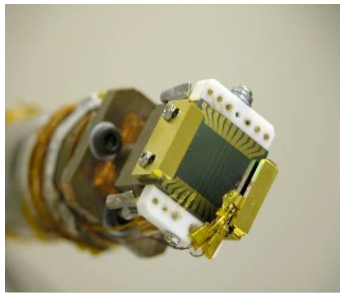


〈超伝導体〉
中村、蔡

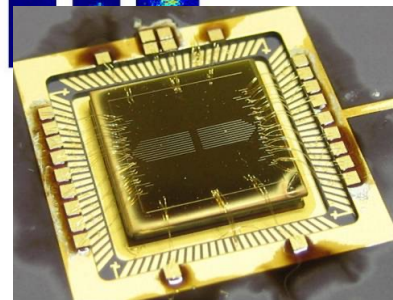
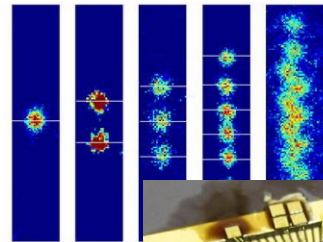


量子計算用の
核磁気共鳴装置(NMR)
(大阪大学 北川研究室)

〈核スピン〉

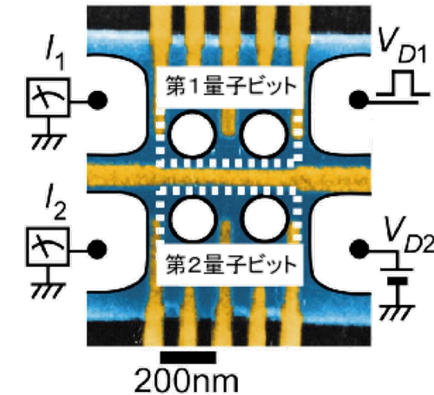


〈冷却原子〉



〈イオン〉

イオントラップ量子コンピュータ
(米国 標準技術研究所)



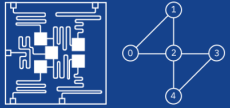
〈半導体〉

IBM Q クラウドコンピューティング

IBM Q > Experience

Home [Composer](#) Devices Community GitHub Yasuhiro

▼ **IBM Q 5 Tenerife** [ibmqx4] ACTIVE USERS



Last Calibration: 2018-07-18 19:07:26

	Q0	Q1	Q2	Q3	Q4
Frequency (GHz)	5.25	5.30	5.35	5.44	5.18
T1 (μs)	36.70	51.00	42.70	64.30	52.40
T2 (μs)	54.00	19.90	41.00	34.30	16.20
Gate error (10^{-3})	0.77	1.72	1.12	1.46	1.37
Readout error (10^{-2})	4.00	4.60	2.60	2.00	6.60
MultiQubit gate error (10^{-2})		CX1_0	CX2_0	CX3_2	CX4_2
		2.83	2.47	5.90	5.61
		CX2_1	CX3_4		
		3.68	3.59		

> **IBM Q 5 Yorktown** [ibmqx2] MAINTENANCE

New experiment

New Save Save as

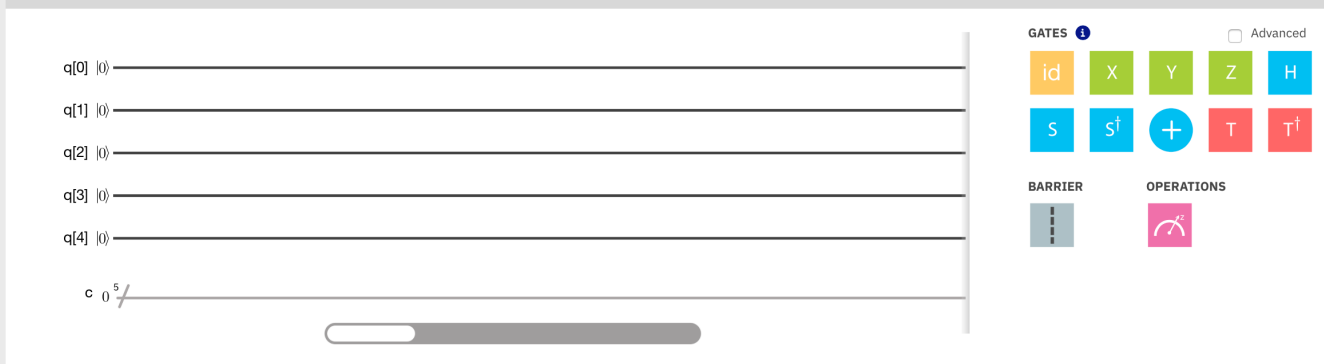
<> [Switch to Qasm Editor](#) Backend: ibmqx4 My Units: 18 Experiment Units: 3

Run Simulate

GATES Advanced

- id X Y Z H
- S S† + T T†

BARRIER OPERATIONS



5量子ビットプロセッサ x 2
16量子ビットプロセッサ

演算回路の消費電力 17fW!
全システムの消費電力 10kW

量子超越性



グーグルの発表(2019年10月23日)

F. Arute, et al., Nature 574, 505 (2019).

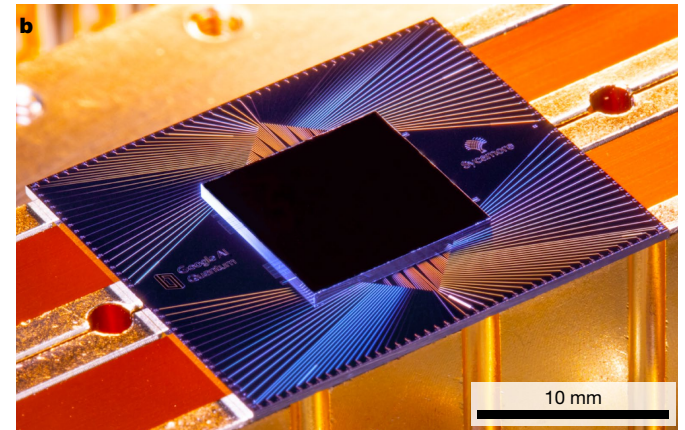
53量子ビット(超伝導体を使ったもの)

史上はじめて量子コンピュータが古典コンピュータの速さを超えた?

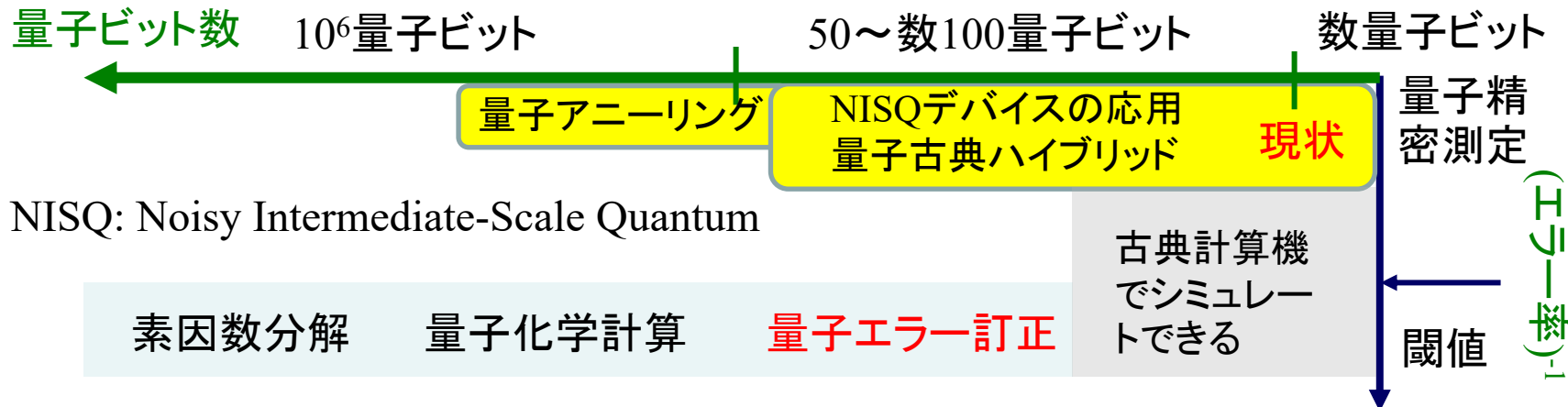
仮想通貨のビットコインが一時的暴落した
でも、まだ実用的なシステムではない。ゲートエラー率が高い、量子エラー訂正は実装せず

「驚異の量子コンピュータ」

藤井啓祐 岩波科学ライブラリー289



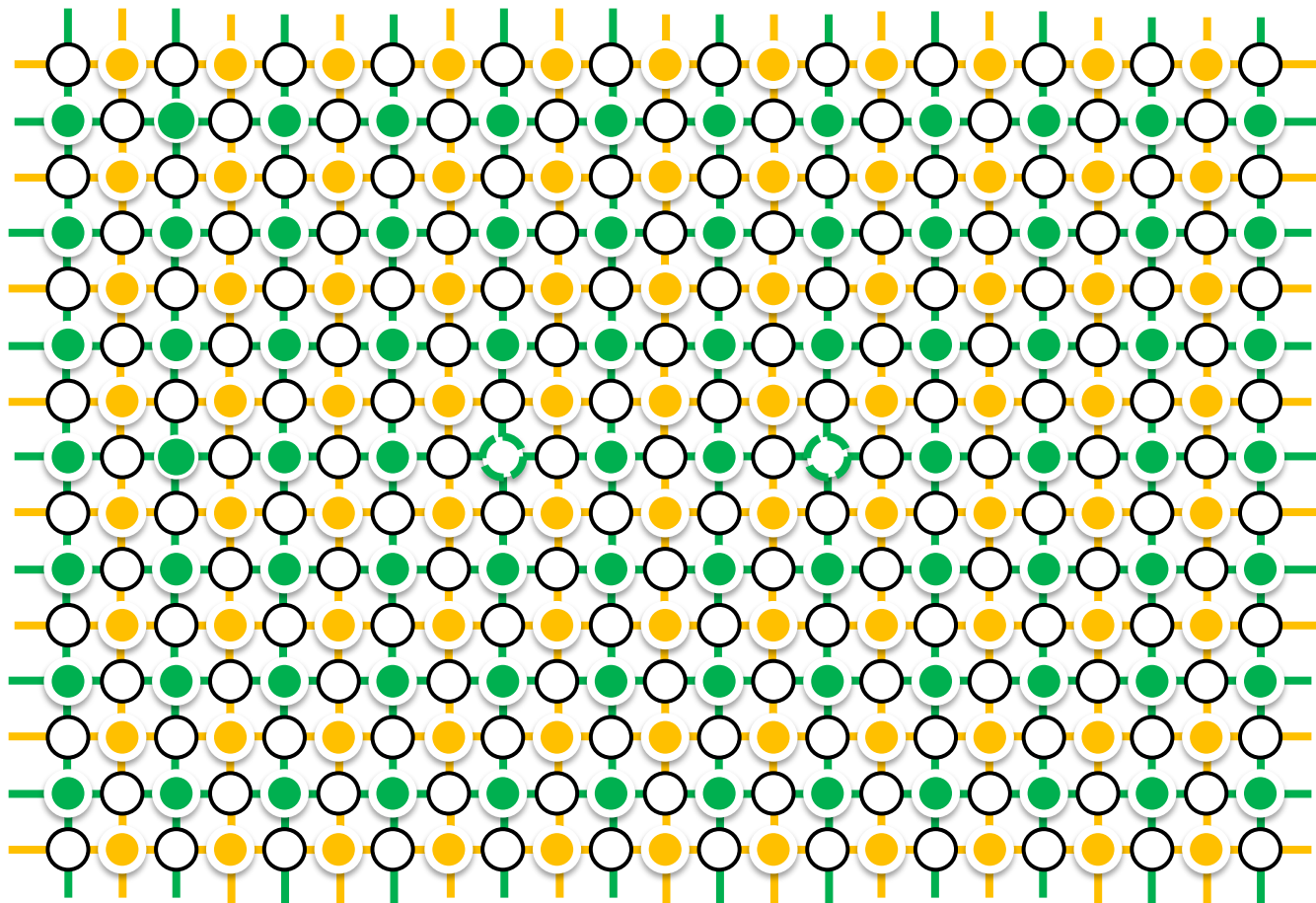
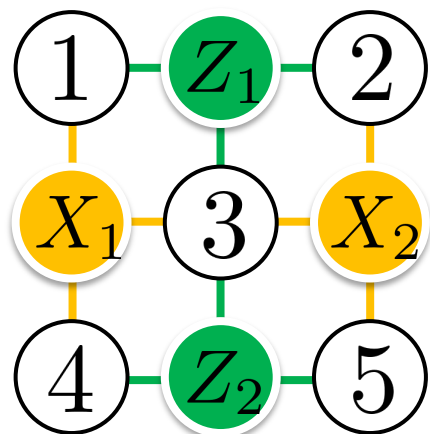
The Sycamore processor



量子エラー訂正

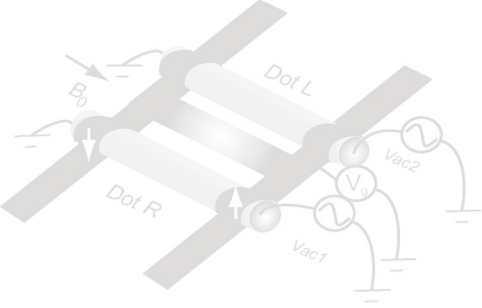


有限のエラーがあっても、ある一定の**閾値**以下であれば、量子計算が実行できる。
閾値の条件が比較的ゆるい「表面コード」が有望視される。Fault-tolerant QC



A. G. Fowler, et al., *Phys. Rev. A* **86**, 032324 (2012).

非常に大きなoverhead
たくさんの高品質の量子
ビットが必要



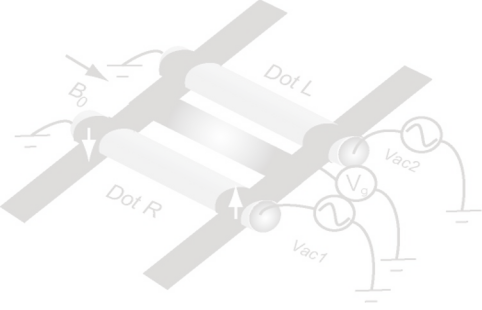
結論と展望

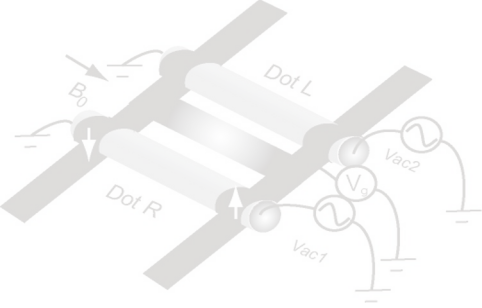
20世紀初頭に基礎付けられた量子力学の特徴を説明しました。

量子力学と情報工学の融合分野である、量子コンピューターの原理と研究の現状を紹介しました。

本講義では「量子コンピューター」に注目しましたが、量子力学を用いた情報処理には、「量子通信(量子暗号)」や「量子測定／量子標準(時計)」など様々な応用分野があります。

質問をお願いします





Quantum Information Processing with Semiconductor Nanostructures

