『教育・心理系研究のためのデータ分析入門』

第６章　「分散分析の応用～共分散分析と多変量分散分析～」（p.112～p.124）

■　6-1 共分散分析とは

分散分析において生じる、**独立変数以外の要因が従属変数に影響を与える場合に対処する**分析方法

＜例＞異なる教授法による、指導後のテスト得点の違い

→教授方法の効果だけとは言い切れない

→**「指導前の学力」の要因**も影響すると考えられる

→取り除く必要がある：「共変量(covariate)」

共変量を用いた正確な比較を行うこと

：共分散分析(analysis of covariance:ANCOVA)

➢　6-1-1 **共変量**

・従属変数の観測変数の誤差を小さくするための変量

(式 6.1)　観測変数の分散＝真の分散＋系統的誤差分散＋偶然誤差分散

・**剰余変数**(extraneous variable)ともいう

・本来の要因と一緒に回帰分析の説明変数のように回帰モデルに組み込むことによって、系統的誤差分散を少なくし、検定力を高める

・共変量は１つとは限らない

・適切な共変量を見つけることは難しい→「百害あって一利なし」

➢　6-1-2 **共分散分析の前提**（共変量の３つの前提）

<u>(1)共変量と独立変数の独立性</u>

・共変量が本来対象とする独立変数の影響を受けない変数であること（独立性）

＜例＞「勉強量」が「期末テストの得点」に及ぼす影響の検証をする場合

→「勉強量」：独立変数、**「学習動機」を共変量としてよいか？**

→「学習動機」が高い～「勉強量」増える～「期末テストの得点」高くなる（一般的傾向）

→「学習動機」は共変量として不適切

・共変量を従属変数にして、独立変数の各グループ間に有意差がないかを分散分析か t 検定で調べる

→「有意差なし」：共変量の独立性の確保

<u>(2)回帰直線の平行性の検定（各水準の回帰直線の傾きが等しい）</u>

・回帰直線の**平行性の検定(parallel test)**

→共変量を x 軸、従属変数を y 軸にとった場合の傾きが平行しているか（回帰

直線の傾きである回帰係数が各水準で等しいか）の検証

＝独立変数と共変量の間に交互作用が存在しないかの検定

・図 6.1　式 6.2　参照

・独立変数と共変量の交互作用の有意確率 5%水準で有意となれば、共変量として使用することは適切ではない

(3)回帰の有意性の検定

・回帰の有意性検定

→共変量と従属変数の関係における傾き(図 6.1)が、有意であるかの検定、
回帰係数がゼロであるという帰無仮説の検証

・回帰係数が 5%水準で有意→共変量として使用できる

回帰係数の傾きが 0→従属変数は変化しない、通常の分散分析と同じ

■ 6-2 共分散分析の分析例

＜例＞**「前年度の成績」：共変量・・・３つの前提を満たすかの検証**

「クラス」：独立変数

「期末テスト」：従属変数

➢ 6-2-1 共変量と独立変数の独立性の検定

➢ 6-2-2 平行性の検定

➢ 6-2-3 回帰の有意性の検定

➢ 6-2-4 出力結果の見方（共分散分析）

被験者間効果の検定→ペアごとの比較→共変量を入れる前と設定後の推定平均値を比較

➢ 6-2-5 論文への記載（共分散分析）

・共変量を入れる前の記述統計量(図 6.12)、共変量で推定された平均値(図 6.13)

・共分散分析表は必ずしも掲載する必要はない、記載する場合は p.118 の式で算出した　「表 6.1」(p.119)

・論文記述でも、共変量の３つの検定について述べ、共変量を入れる前と設定後の推定平均値と比較した結果を説明する

■ 6-3 多変量分散分析とは

２つ以上の従属変数を同時に取り上げて、グループ間の平均値差を調べ、主効果や交互作用を探る分析

：多変量分散分析(multivariate analysis of variance：MANOVA)

＜例＞「早期英語教育の必要性」

独立変数：「早期英語教育経験」

従属変数：「英語学習へのやる気」「コミュニケーション能力」

「異文化理解への態度」「リスニング力」など

→早期英語教育の必要性を複数の側面から検討できる

※正の相関関係にある従属変数だけでなく、**負の相関関係にある従属変数**でも、与える影響を調べることができる

- 6-3-1 多変量分散分析の利点

(1)<u>従属変数が効率的に特定できる</u>

・最初から影響を受けると考えられる複数の従属変数のデータを集め、一度に分析デザインに含めていくことで、影響を受けやすい従属変数が特定できる

(2)<u>第１種の過誤を防ぐことができる</u>

・多変量分散分析で有意差がなかった場合、１変量分散分析の結果が有意であったとしても、第１種の過誤によるものだとわかる

(3)<u>球面性の前提がない</u>

・対応あり要因を含む１変量分散分析で球面性に問題がある場合に、その変量の各水準を従属変数と見なして、多変量に切り替えて分析することも可能

↓

多変量分散分析が必ずしも１変量分散分析より優れているわけではない

- 6-3-2 多変量分散分析の前提

・１変量分散分析と同じ前提がある

・無作為抽出したサンプルであることを仮定し、それから得たデータは独立している必要がある

(1)多変量正規性(multivariate normality)

・各水準のデータの正規性に加え、各要因のそれぞれの水準における複数の従属変数のデータが正規分布していることが前提となっている

・正規性に対して頑健性があるが、外れ値に繊細なため、第１種、第２種の過誤を引き起こす可能性がある→外れ値がないようにしておく

・SPSS では多変量正規性を調べることができない(Amos、EQS ソフト以外)

→各水準のサンプルサイズを揃えておくことが大切

(2)分散共分散行列の等質性(homogeneity of variance-covariance matrices)

・多変量分散分析では、それぞれの従属変数に関して、各水準の分散・共分散が等しいという前提に加え、どの２つの従属変数間の相関も等しいと仮定している

・①従属変数が多い、②サンプルサイズの不均衡なグループを比較している、サンサンプルサイズが小さく分散が大きい、④１つのグループ内のデータが従属変数の数より少し多いだけ、という状況では等質性が満たされにくい

→従属変数は１０個以下に留め、独立変数のグループ数も考慮する

・**Box の M 検定(Box's M Test)**：分散共分散行列の等質性を調べる検定

→検定結果が有意にならなければグループ間は同質で前提が満たされると判断

→有意になったとしても、比較的正規性に頑健な **Pillai のトレース(Pillai's Trace)**、**Hottelling のトレース(Hotteling's Trace)**などの多変量検定法もある

➢ 6-3-3 多変量分散分析の流れ

・図 6.14(p.122)参照

・Box の M 検定は、多変量正規性に敏感なため、有意になりやすい

→0.1%水準以下で帰無仮説が棄却されない限り、分散共分散行列は等質と判断してよい

①有意差なし：等質　の場合

→有意差あり→１変量分散分析→多重比較（どの従属変数が影響を受けやすいかを調べる）→**判別分析(discriminant analysis)**

→有意差なし→終了

②有意差あり：異質　の場合

サンプルサイズの調整、１変量分散分析、判別分析

➢ 6-3-4 多変量分散分析の検定と検定力

(1)多変量分散分析の検定法

・**Roy の最大根(Roy's largest root)**、**Hottelling のトレース Wilks のラムダ(Wilks' lambda)**の順に検定力が高い

・**Pillai のトレース**は、比較的小さなサンプルサイズでも正規性に頑健である

(2)多変量分散分析の特徴と１変量分散分析との比較

・多変量分散分析は、１変量分散分析より有意になりにくい

・多変量分散分析の特徴

①従属変数間の強い負の相関、中程度の相関（正負）のときはうまく機能する、弱い正の相関や無相関のときは検定力が下がる

②かなり強い相関の場合(r=.90 以上)、２つめの従属変数の分散が１つめの従属変数と重なり、分析を阻害することがある、第１の過誤を起こしやすい

③サンプルサイズが小さいと検定力が下がる

④１つの従属変数が独立変数から強い影響を受ける場合は検定力が高くなる

・多変量分散分析の検定力は、従属変数間の相関やサンプルサイズに左右される

→十分なサンプルサイズを集め、データの相関などの性質を把握して使う

・グループ間の差があることを確実に検証するには、ボンフェローニの調整やシェフェの検定を使うことが望ましい